

PRIMJENA TREND MODELA U ANALIZI KRETANJA KAMATNE STOPE NA ZAJMOVE U REPUBLICI HRVATSKOJ

Brničević, Karlo

Undergraduate thesis / Završni rad

2018

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Split, Faculty of economics Split / Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:124:139418>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-07**

Repository / Repozitorij:

[REFST - Repository of Economics faculty in Split](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



**SVEUČILIŠTE U SPLITU
EKONOMSKI FAKULTET**

ZAVRŠNI RAD

**PRIMJENA TREND MODELA U ANALIZI
KRETANJA KAMATNE STOPE NA ZAJMOVE U
REPUBLICI HRVATSKOJ**

Mentor:

Prof. dr.sc. Zoran Babić

Student:

Karlo Brničević, oec.

Split, kolovoz, 2018.

Sadržaj:

Sadržaj:	2
1. Uvod	1
2. Kamatna stopa	2
2.1. Pojam i vrste kamatne stope.....	2
2.2. Uloga kamatne stope.....	3
2.2.1. Formiranje kamatne stope.....	4
2.2.2. Vrste kamatnih stopa	5
2.3. Determinante kamatnih stopa.....	8
2.3.1. Mikroekonomske determinante.....	8
2.3.2. Makroekonomske determinante	10
3. Metode analize vremenskog niza	11
3.1. Analiza upotrebom indeksa	11
3.1.1. Statistička analiza vremenskih nizova	11
3.2. Pojam i vrste trend modela	13
3.2.1. Linearni trend model.....	13
3.2.2. Eksponecijalni trend model.....	14
4. Primjena trend modela na primjeru kamatne stope	16
4.1. Primjena linearnog trend modela na kretanju kamatne stope	17
4.2. Primjena eksponecijalnog trend modela na kretanju kamatne stope	23
Zaključak	29
Literatura	30
Popis grafova, slika i tablica	31

1. Uvod

Kod obavljanja gospodarske aktivnosti, ali i u slučaju potrošnje često dolazi do nedostatka financijskih sredstava. Nedostatna financijska sredstva mogu se pribaviti od onih koji imaju viška sredstava ukoliko se postigne sporazum o cijeni kapitala.

Cijena kapitala naziva se kamatom stopom, te se na individualnim tržištima definira za različite financijske transakcije (pozajmljivanje putem obveznica, kreditiranje, štednja i sl.).

U ovom radu definirati će se kamatne stope, formiranje kamatnih stopa, te će se kretanje kamatnih stopa modelirati upotrebom trend modela.

Rad se sastoji od 4 poglavlja i zaključnog dijela. U prvom uvodnom poglavlju definira se problem istraživanja i struktura rada. U drugom poglavlju definira se pojam kamatne stope i vrste kamatne stope, kao i odrednice kreiranja kamatne stope.

U trećem dijelu rada definiraju se trend modeli, i to dva najčešće korištena: linearni i eksponencijalni trend model.

U četvrtom dijelu rada upotrebom programa STATISTICA 12 procjenjuju se parametri linearnog i eksponencijalnog trend modela, te se procjenjuje kretanje kamatne stope u budućem razdoblju.

Nakon četvrtog dijela slijedi zaključni dio u kojem se donose konačni zaključci.

2. Kamatna stopa

2.1. Pojam i vrste kamatne stope

Prema univerzalnoj definiciji kamatna stopa je cijena novca. Kamatna stopa je važan element svakog gospodarstva, zbog čega je svakodnevno u fokusu javnosti.

Postoje brojne definicije kamatnih stopa. Prva teorijska objašnjenja kamatne stope se javljaju još od nastanka klasične ekonomske teorije. Prema klasičnoj teoriji se pretpostavlja da na tržištu dobara i usluga vlada savršena konkurencija gdje se djelovanjem automatskog mehanizmima se uravnoteženju ekonomske veličine uz istodobno ostvarenje potpune upotrijebljenosti svih faktora proizvodnje. Slijedom navedene pretpostavke kamatna stopa će se kretati u smjeru uspostavljanja ravnotežne cijene na način da će se viškovi novca rješavati snižavanjem cijene novca (kamatne stope), te u slučaju povećane potražnje za novcem u odnosu na ponudu pretpostavlja se da će cijena novca rasti.



Slika 1: Kamatna stopa u funkciji cijene novca

Izvor: <https://www.stedopis.hr/sto-je-kamata-a-sto-kamatna-stopa/>, preuzeto 18.07.2018.

"Kamatna stopa je omjer koji se dobije kada se naknada koja se mora platiti da bi se ostvarilo pravo korištenja kreditom podijeli sa količinom dobivenog kredita.¹

¹ Rose, P. S., Hudgins, S. C. (2014): „Upravljanje bankama i financijske usluge“, MATE, Zagreb. Str. 211.

Prema Ercegovcu kamatna stopa je "monetarni fenomen koji je zavisan o monetarnoj politici države u regulaciji novčane mase s jedne strane, te preferencija likvidnosti od strane poduzeća i kućanstava s druge strane".²

Nikolić i Pečarić kamatnu stopu gledaju kroz više motrišta. S motrišta davatelja kredita, kamatna stopa predstavlja prihod koji davatelj ostvaruje dajući kredit ili pak investiranjem u neke oblike vrijednosnih papira. S motrišta primatelja kredita, kamata je trošak koji mora platiti za novac u trenutku kada mu je potreban. S aspekta tržišta, kamatna stopa je cijena koja alocira sredstva koja su raspoloživa za kredite pravnim i fizičkim osobama.³

Saunders i Cornett definiraju kamatnu stopu kao naknadu koju moraju platiti oni koji sudjeluju na financijskom tržištu i koji žele danas potrošiti više nego što imaju mogućnosti.⁴

2.2. Uloga kamatne stope

"Kamatne stope imaju veliko značenje za gospodarstvo, te se procesom manipulacije kamatnim stopama utječe i na globalna ekonomska kretanja kroz izbor investicijskih projekata i financijski položaj gospodarstvenih jedinica"⁵

Važne funkcije kamatnih stopa u ekonomiji se definiraju kroz⁶:

- pomaganje da tekuća štednja teče prema investicijama radi ostvarenja ekonomskog rasta,
- osiguranje ponude kredita, odnosno posuđujućih fondova za investicijske projekte koji će odbaciti najveću očekivanu stopu profita (dobiti),
- uravnoteženje ponude i potražnje novca,
- važan je instrument vladine politike preko kojeg se utječe na volumen štednje i investicija.

Mnogobrojni autori se slažu da je uloga kamatnih stopa u gospodarstvu velika iz razloga što kamatna stopa predstavlja osnovu za izračun troška zaduživanja, kao i prinos od ulaganja.

² Ercegovac, R. (2008): „Politika kamatnih stopa u bankama u kontekstu rizika“, Ekonomski fakultet Split, Doktorska disertacija, Split. Str. 15

³ Nikolić, N., Pečarić, M. (2012), Uvod u financije, EFST, Split

⁴ Saunders, A., Cornett, M. M. (2006): „Financijska tržišta i institucije“, Drugo izdanje, Masmedia, Zagreb

⁵ Pojatina, D. (2000): Tržište kapitala, Ekonomski fakultet Split, Split. Str. 9

⁶ Veselica, V.(2002): Kamatna i profitna stopa, s Interneta, dostupno na: <https://hrcak.srce.hr/file/44512> (20.7.2018.)

Kamatna stopa predstavlja važnu odrednicu štednje, investicija i potrošnje svih gospodarskih sektora.

U slučaju promjene kamatne stope mijenja se i cijena gotovo svih oblika imovine. Zbog izražene važnosti kamatnih stopa za gospodarstvo, ista se često i predviđa upotrebom kvantitativnih metoda, a u cilju donošenja adekvatnih investicijskih odluka.

Procijenjena kamatna stopa predstavlja osnovu za donošenje zaključaka o opravdanosti ulaganja u određenu imovinu. Lovrinović i Ivanov ističu da pad kamatnih stopa može dovesti do pada vrijednosti imovine, a time i vrijednosti kolaterala. Kao posljedica navedenog se javlja smanjenje obujama bankovnih kredita i emisije novca.⁷

2.2.1. Formiranje kamatne stope

Kao ekvivalent kamatne stope u mnogobrojnim istraživanjima koriste se kamatne stope na obveznice. Dvije glavne odrednice definiranja kamatne stope su ročnost i rizičnost.

Prema odrednici rizičnosti, prinos u obliku kamatne stope je posljedica zbog koje pojedine obveznice s istim dospjećem imaju različite vrijednosti. Veći rizik povrata uložених sredstava u obveznice kamatnu stopu vodi do viših prinosa za ulagače i niže cijene.

Što je veći rizik neplaćanja obveznice, njena kamatna stopa je veća u odnosu na druge. Porast likvidnosti obveznica na financijskim tržištima vodi do rasta potražnje, što se odražava na porast cijene obveznice. Porezni tretman financijskih dohodaka od poslovanja obveznicama također ima utjecaj na cijenu.

Prema odrednici ročnosti kamatna stopa na obveznice se može razlikovati među obveznicama s različitim rokovima dospjeća istog izdavača. Teorija premije likvidnosti i teorija preferiranog dospjeća predstavljaju široko prihvaćene teorije ročne strukture kamatnih stopa. Prema istima dugoročne kamatne stope predstavljaju zbroj premije likvidnosti i prosjeka kratkoročnih kamatnih stopa za koje se očekuje da će vrijediti tijekom života obveznice.⁸

⁷ Lovrinović, I., Ivanov, M. (2009), Monetarna politika, RRIF plus, Zagreb.

⁸ Nikolić, N., Pečarić, M. (2012), Uvod u financije, EFST, Split

2.2.2. Vrste kamatnih stopa

Kamatna stopa se u gospodarstvu pojavljuje u više oblika. Prema definicijama Hrvatske narodne banke (HNB) postoje nominalna, efektivna, interkalarna i zatezna kamatna stopa.⁹

Nominalna kamatna stopa predstavlja osnovnu kamatnu stopa po kojoj se obračunava iznos kamata na posuđenu glavicu. Najčešće se iskazuje u obliku godišnje kamatne stope, dok se može preračunati i na niža obračunska razdoblja upotrebom relativne i komforne kamatne stope o kojima će biti više riječi u nastavku.

Nominalna kamatna stopa se može ugovoriti u obliku fiksne i promjenjive gdje se promjenjiva kamatna stopa korigira za faktore uz koje se vezuje, a najčešće je riječ o EURIBOR kamatnjaku kod eurskih zaduženja, te NRS (nacionalna referentna stopa) kod kunskih zaduženja.

U cilju povećanja transparentnosti troškova zaduživanja koristi se efektivna kamatna stopa. Olakšava usporedbe uvjeta financiranja među kreditnim institucijama i kreditnim unijama. U izračun efektivne kamatne stope pridodaju se i naknade koje se plaćaju pri odobravanju kredita, te ulog depozita.

Od trenutka odobrenja kredita do dospijeca prvog anuiteta obračunava se interkalarna kamata. Plaćanjem interkalarne kamate plaća se iznos kamata koji ne uključuje otplatu glavnice, te se obračunava prema danima između realizacije plasmana i dospijeca prve rate.

Ukoliko korisnik ne plaća obveze iz ugovora o kreditu banka naplaćuje zateznu kamatu na iznos dospjelog duga od dana dospijeca do dana plaćanja. Maksimalna zatezna kamata definira se zakonom, te je trenutno 6,82 za fizičke osobe, te 8,82 za pravne osobe¹⁰.

Hrvatska narodna banka sustavno prati kretanje dijela kamatnih stopa i o njima uredno izvještava javnost. Podaci o kamatnim stopama koje HNB prati dostupni su na web stranicama, a moguće je pronaći slijedeće kamatne stope¹¹:

1. aktivne kamatne stope HNB-a,
2. pasivne kamatne stope HNB-a,
3. kamatne stope kreditnih institucija na kunske depozite bez valutne klauzule,

⁹ S Interneta, dostupno na: <http://www.hnb.hr/-/kamate> (20.7.2018.)

¹⁰ https://www.rrif.hr/Nova_stopa_zateznih_kamata_od_1_srpnja_2018_-1534-vijest.html, (23.07.2018)

¹¹ S Interneta, dostupno na: <https://www.hnb.hr/-/kamatne-sto-1> (20.7.2018.)

4. kamatne stope kreditnih institucija na kunske depozite s valutnom klauzulom,
5. kamatne stope kreditnih institucija na devizne depozite,
6. kamatne stope kreditnih institucija na kunske kredite kućanstvima s valutnom klauzulom,
7. kamatne stope kreditnih institucija na devizne kredite kućanstvima,
8. kamatne stope kreditnih institucija na kunske kredite nefinancijskim društvima bez valutne klauzule,
9. kamatne stope kreditnih institucija na kunske kredite nefinancijskim društvima s valutnom klauzulom,
10. kamatne stope kreditnih institucija na devizne kredite nefinancijskim društvima,
11. efektivne kamatne stope kreditnih institucija za odobrene kredite,
12. kamatne stope kreditnih institucija na kunske depozite i kredite bez valutne klauzule,
13. kamatne stope kreditnih institucija na kunske depozite i kredite s valutnom klauzulom,
14. kamatne stope kreditnih institucija na devizne depozite i kredite,
15. kamatne stope ostvarene u trgovini depozitima na međubankarskom tržištu,
16. kamatne stope kotirane na međubankarskom tržištu.

Tablica 1: Kretanje kamatne stope (obveznice, EMU kriterij) u razdoblju od 2005. do 2017.

GEO/TIME	kamatna stopa - EMU konvergencijski kriterij (%)
2005	4,42
2006	4,43
2007	4,93
2008	6,04
2009	7,83
2010	6,28
2011	6,54
2012	6,13
2013	4,68
2014	4,05
2015	3,55
2016	3,49
2017	2,77

Izvor: Obrada autora prema podacima preuzetima sa www.eurostat.ec.europa.eu (20.5.2018.)

U tablici 5 je prikazano kretanje kamatne stope. Može se utvrditi postojanje cikličnosti u kretanjima u promatranom razdoblju.

Relativna kamatna stopa

Relativna kamatna stopa predstavlja omjer između jedinice nominacije kamatne stope i jedinice obračuna zajma, te se računa formulom:

$$m = \frac{a}{b}$$

gdje je:

a = vremensko razdoblje u kojem je iskazana kamatna stopa

b = vremensko razdoblje ukamaćivanja

m = broj razdoblja ukamaćivanja

te je:

$$p' = \frac{p}{m}$$

gdje je

p = zadana kamatna stopa

p' = relativna kamatna stopa

Konformna kamatna stopa

Za razliku od relativne kamatne stope komforna kamatna stopa uzima u obzir vremensku vrijednost novca u potpunosti, te se izračunava:

$$p' = 100 \left[\left(1 + \frac{p}{100} \right)^{\frac{1}{m}} - 1 \right]$$

gdje je

p' = konformna kamata

m = broj razdoblja ukamaćivanja

2.3. Determinante kamatnih stopa

Kretanje kamatnih stopa je vrlo nepredvidivo. Otežano je vršiti kontrolu njihovih kretanja. Vrijednost kamatne stope se određuje na financijskim tržištima gdje postoje subjekti koji nude i koji potražuju novac. Centralna banka upotrebom instrumenata monetarne politike može utjecati na ponudu i potražnju za novcem, zbog čega se ostvaruje i efekt na cijenu novca, odnosno kamatnu stopu.

2.3.1. Mikroekonomske determinante

U poslovima kreditiranja zajmodavac želi ostvariti iznos kamata koji je izravno proizlazi iz kamatne stope a omogućava pokriće svih troškova (trošak regulatora, trošak financiranja, operativni troškovi i sl.), te ostvarenje pozitivnog financijskog rezultata.

Zajmoprimac plaća trošak kamata, zbog čega u slučaju financiranja poduzeća rastu troškovi poslovanja, a što se odražava i na uspješnost poslovanja poduzeća.

Postoji nekoliko metoda određivanja aktivnih kamatnih stopa¹²:

1. Metoda određivanja aktivne kamatne stope na osnovi troška,
2. Metoda određivanja aktivne kamatne stope na osnovi upravljanja cijenama i
3. Metoda određivanja kamatne stope na osnovi analize profitabilnosti komitenta.

Metoda određivanja aktivne kamatne stope na osnovi troška se može ukratko opisati upotrebom tablice

¹² Rose, S. P. (2003): „Menadžment komercijalnih banaka“, Četvrto izdanje, MATE, Zagreb.

Tablica 2: Metoda određivanja aktivne kamatne stope na osnovi troška

Kamatna stopa kredita	1	2	3	4
	Granični trošak sredstava koja će zajmodavac posuditi zajmoprimcu	Operativni trošak banke	Očekivana procijenjena marža kao kompenzacija za rizik neispunjenja ugovornih obveza.	Stavka očekivane bankovne profitne marže.

Izvor: izrada autora prema Rose, P. S. Menadžment komercijalnih banaka, Mate, 2003., str. 583.

Primjenom metode određivanja aktivne kamatne stope na osnovi upravljanja cijenama zajmodavac definira kamatnjak na osnovu analize tržišta zajmova gdje u slučaju da konkurencija nudi novac u više kamatne stope će i sama tako postupiti. Dakle, povećana konkurencija dovodi do pada profitne marže financijske institucije od pozajmljivanja.

Tablica 3: Model određivanja aktivne kamatne stope na osnovi upravljanja cijenama

Kamatna stopa zajmodavca	1	2	3
	Bazna / početna kamatna stopa koja uključuje i ciljanu bankovnu profitnu maržu kojom se pokrivaju administrativni i operativni troškovi	Riziko premija koja se vezuje uz nemogućnost plaćanja dospjelih anuiteta zajmova	Premija koja se vezuje uz vrijeme (vremenski rizik). Naplaćuje se kod dugoročnog pozajmljivanja

Izvor: izrada autora prema Rose, P. S. Menadžment komercijalnih banaka, Mate, 2003., str. 589.

Metoda određivanja kamatne stope na osnovi analize profitabilnosti komiteta predstavlja metodu gdje zajmodavac na osnovi procijenjenog boniteta zajmoprimca određuje visinu kamata. Riječ je o tkzv. individualnom pristupu koji je u sve većoj primjeni na području Republike Hrvatske.

2.3.2. Makroekonomske determinante

Makroekonomske determinante kamatne stope predstavljaju faktore koji proizlaze iz gospodarskog okruženja. Najčešće se odnosi na nacionalno gospodarstvo, te se često nazivaju sistemskim rizikom.

Tablica 4: Makroekonomske determinante koje utječu na ponudu kredita

Determinanta	Utjecaj
Bogatstvo	Bogatstvo u ekonomiji uzrokuje povećanje ponude kapitala, što dovodi do pada cijene novca/kamatne stope. Suprotna relacija također je prisutna, odnosno opadanje bogatstva posljedično dovodi do rasta cijene kapitala (novca).
Rizik	U slučaju promjene financijskog rizika dolazi do korekcije ponude kapitala, što se odražava na promjenu cijene kapitala.
Monetarna ekspanzija	Monetarna ekspanzija predstavlja razdoblje rasta ponude kapitala na financijskim tržištima, što dovodi padu kamatnih stopa. Monetarna ekspanzija se radi djelovanjem instrumenata monetarne politike u cilju poticanja gospodarstva, kao ekspanzivna monetarna politika.
Ekonomski uvjeti	U vremenu poboljšanja ekonomskih uvjeta u nacionalnom gospodarstvu (smanjena inflacija, niska stopa nezaposlenosti, rastući BDP) dolazi do pada kamatne stope zbog smanjenog rizika zemlje.

Izvor: izrada autora prema Saunders, A. i Cornett, M. Financijska tržišta i institucije, Masmedia, Zagreb, 2006., str. 41.

3. Metode analize vremenskog niza

3.1. Analiza upotrebom indeksa

Analiza putem indeksa predstavlja učestalo korištenu metodu analize podataka. U prvom koraku se uređuju statistički podatci koji se odnose na dva ili više vremenskih razdoblja, čime se kreira vremenski statistički niz.

Vremenski niz čine kronološki uređene pojave Y_1, Y_2, \dots, Y_N koje mogu biti opažene u vremenskim točkama ili vremenskim intervalima.

Glavna obilježja intervalnog niza¹³:

- vrijednosti članova intervalnog niza nastaju zbrajanjem vrijednosti pojava po vremenskim intervalima
- interval promatranja npr. dan, tjedan, mjesec, godina
- ima svojstvo kumulativnosti
- Y_t se moraju korigirati u slučaju nejednakih vremenskih razdoblja.

3.1.1. Statistička analiza vremenskih nizova

Statističkom analizom vremenskih nizova prezentira se kretanje varijable u odabranom vremenskom razdoblju. Odnosi se na skup postupaka i grafičkog prikazivanja s ciljem uočavanja promjena promatrane varijable u vremenu.

Kao prvi postupak statističke analize vremenskih nizova najčešće se koriste indeksi koji ukazuju na promjenu stanja pojave u odabranom razdoblju u odnosu na neko drugo razdoblje, prethodno ili bazno.

¹³ Rozga, A. (2006): Statistika za ekonomiste, EFST

Bazni indeksi

Bazni indeksi prikazuju promjene varijable u tekućem razdoblju u odnosu na odabrano bazno razdoblje. Računaju se formulom:

$$I = \frac{Y_t}{Y_b} \cdot 100$$

gdje je:

Y_t – vrijednost pojave u odabranom baznom razdoblju

Y_b – vrijednost pojave u odabranom baznom razdoblju

Kao bazno razdoblje obično se odabire ono razdoblje u kojem zavisna varijabla nije izložena promatranim utjecajima.

Bazni indeksi se tumače na način da se od vrijednosti indeksa oduzme 100, a dobivena vrijednost predstavlja postotnu promjenu u odnosu na bazno razdoblje.

Verižni indeksi

Bazni indeksi prikazuju promjene varijable u tekućem razdoblju u odnosu na prethodno razdoblje. Računaju se formulom:

$$I = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} \cdot 100$$

gdje je:

Y_t – vrijednost pojave u odabranom baznom razdoblju

Y_{t-1} – vrijednost pojave u razdoblju sa odmakom od jednog razdoblja

Za razliku od baznih indeksa, verižni indeksi predstavljaju omjer promatrane varijable u razdoblju t sa vrijednosti varijable u razdoblju $t-1$, pomnoženo sa 100. Dakle, definira za koliko se promatrana varijabla promijenila u odnosu na prethodno razdoblje.

Verižni indeksi se tumače na način da se od vrijednosti indeksa oduzme 100, a dobivena vrijednost predstavlja postotnu promjenu u odnosu na bazno razdoblje.

3.2. Pojam i vrste trend modela

3.2.1. Linearni trend model

Upotrebom linearnog trend modela može se pojasniti linearno kretanje (konstanta, pozitivan, negativan trend) promatrane varijable kroz vrijeme.

Upotrebom linearnog modela mogu se raditi i predviđanja promatrane varijable u budućnosti. Linearni trend model će biti reprezentativan ukoliko modelske vrijednost pobliže prate kretanje stvarnih vrijednosti. Linearni trend model se može koristiti na intervalima bez obzira na mjernu jedinicu (dnevni podatci, mjesečni podatci, godišnji podatci i sl.).

Međutim, kod primjene modela na manjim mjernim jedinicama često je slučaj da je model u manjoj mjeri reprezentativan, budući da varijable čije se vrijednosti češće evidentiraju često sklonije cikličnim promjenama unutar kalendarske godine, zbog čega procijenjeni model tek približno prati smjer kretanja promatrane varijable.

Nakon procjene linearnog trend modela potrebno je i interpretirati dobivene rezultate.

Opći oblik linearnog trend modela glasi¹⁴:

$$Y_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_t + e_t$$

gdje je:

Y_t – očekivana vrijednost promatrane varijable u vremenu t , zavisna varijabla

X_t – vrijeme (kreirana varijabla s ishodišnom razdoblju se dodjeljuje vrijednost 0, nezavisna varijabla

e_t – slučajna komponenta koja pokazuje da oko linije konkretnog linearnog trend modela postoje pozitivna i/ili negativna odstupanja od originalnih vrijednosti.

Ukoliko je kretanje slučajne varijable distribuirana različito od kretanja nezavisne varijable, te je normalno distribuirana, linearni trend model se može pisati u obliku:

¹⁴ Rozga, A. (2006): Statistika za ekonomiste, EFST

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X$$

Parametri beta nula i beta jedan se ocjenjuju upotrebom metode najmanjih kvadrata (parametrijska metoda), tako da pravac prolazi među stvarnim vrijednostima promatrane varijable, odnosno uz postignut uvjet minimalnih odstupanja stvarnih vrijednosti od vrijednosti na pravcu.

Metoda najmanjih kvadrata je metoda gdje koja se u najučestalije koristi za ocjenu parametara kojom se izračunava jednadžba linije trenda. Prednost ove metode pred ostalim metodama jest to što omogućuje interpretaciju parametara dobivene jednadžbe trenda, dok je glavni nedostatak taj što se očekivana vrijednost promatrane varijable kreće određenim pravcem, odnosno procijenjenom linijom.

3.2.2. Eksponencijalni trend model

$$Y_t = \beta_0 \cdot \beta_1^{X_t}$$

Gdje je Y_t = očekivana vrijednost varijable čije kretanje tumačimo trendom

β_0 = parametar koji ukazuje na očekivanu vrijednost zavisne varijable u ishodišnom razdoblju

β_1 = pokazatelj promjene u svakom narednom razdoblju

X_t = varijabla vrijeme

Ograničenje metode najmanjih kvadrata je da se ista može primijeniti samo na linearne trend jednadžbe, zbog čega se radi transformacija modela.

U prvom koraku se radi logaritmiranje cijele jednadžbe, te se dobiva jednadžba:

$$\log(Y_t) = \log(\beta_0 \cdot \beta_1^{X_t})$$

Upotrebom logaritamskih zakonitosti dolazi se do modela:

$$\log(Y_t) = \log \beta_0 + X_t \cdot \log(\beta_1)$$

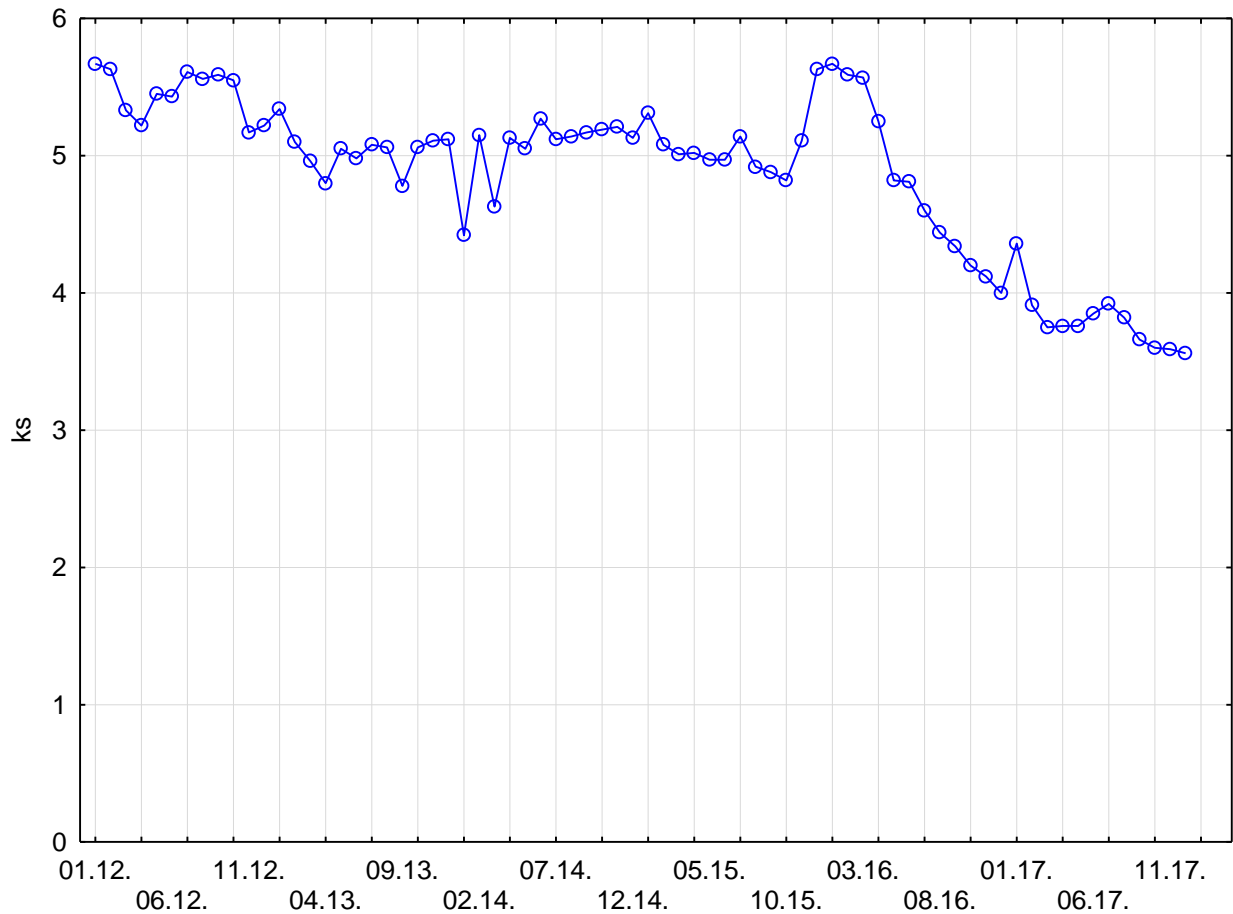
Na logaritmiran oblik jednadžbe modela primjenjiva je metoda najmanjih kvadrata. Međutim, promatrana varijabla je u logaritamskom obliku, zbog čega je kod primjene metoda najmanjih kvadrata važno logaritmirati promatranu varijablu.

Metoda najmanjih kvadrata daje logaritmirane vrijednosti procijenjenih parametara, zbog čega ih je potrebno antilogitmirati prije interpretacije.

4. Primjena trend modela na primjeru kamatne stope

Grafikon 1:

Kamatne stope kreditnih institucija na kunske kredite kućanstvima s valutnom klauzulom



Izvor: HNB, obrada autora

Iz grafičkog prikaza se može uočiti da je u promatranom šestogodišnjem razdoblju varijabla kamatna stopa bilježila oscilacije gdje je od 2016. godine zamjetan trend pada na vrijednosti i ispod 4%.

Tablica 5: Deskriptivna statistika kamatne stope

	N	Prosjek	Medijan	Minimum	Maksimum	Q1	Q3	Raspon	St. dev.	V (%)
ks	72	4.87	5.06	3.56	5.67	4.52	5.22	2.11	0.60	12.34

Izvor: HNB, obrada autora

Analiza se radi na vremenskoj seriji duljine 6 godina (72 mjeseca).

Prosječna vrijednost kamatne stope u promatranom šestogodišnjem razdoblju je 4.87% sa prosječnim odstupanjem od aritmetičke sredine 0.60 (standardna devijacija). Vrijednost koeficijenta varijacije 12.34% upućuje na zaključak da je riječ o manjoj disperziji u promatranom razdoblju ($V < 30\%$).

Kamatna stopa se kretala u rasponu od 3.56 do 5.67 gdje je u polovici razdoblja (36 mjeseci) bila barem 5.06, dok je u polovici razdoblja (36 mjeseci) bila do 5.06%.

Vrijednost prvog kvartila (Q1) 4.52 upućuje na zaključak da je u 25% vremenskih razdoblja kamatna stopa bila barem 4.52%, dok je u preostalim 75% vremenskih razdoblja bila do 4.52%.

Vrijednost trećeg kvartila (Q3) 5.22 upućuje na zaključak da je u 75% vremenskih razdoblja kamatna stopa bila do 5.22%, dok je u preostalim 25% vremenskih razdoblja bila barem 5.22%.

4.1. Primjena linearnog trend modela na kretanju kamatne stope

Kod procjene kretanja upotrebom linearnog trend modela kreira se varijabla vrijeme X_t sa vrijednostima 0 gdje ishodišno razdoblje (siječanj 2012) poprima vrijednost 0, dok svako naredno razdoblje poprima vrijednost uvećanu za 1.

Linearni trend model glasi:

$$ks_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot X_t$$

Gdje je Y_t = očekivana vrijednost varijable čije kretanje tumačimo trendom

β_0 = parametar koji ukazuje na očekivanu vrijednost zavisne varijable u ishodišnom razdoblju

β_1 = pokazatelj promjene u svakom narednom razdoblju

X_t = varijabla vrijeme

Upotrebom metode najmanjih kvadrata kreira se procjena parametara linearnog trend modela.

Tablica 6: Linearna regresija

Regression Summary for Dependent Variable: ks R= .75764268 R2= .57402243 Adjusted R2= .56793703 F(1,70)=94.328 p						
	b*	Std.Err. - of b*	b	Std.Err. - of b	t(70)	p-value
Intercept			5.658549	0.094006	60.19366	0.000000
Vrijeme	-0.757643	0.078009	-0.021737	0.002238	-9.71226	0.000000

Izvor: HNB, Izrada autora

Procijenjeni model glasi:

$$Y_t = 5.658549 - 0.021737 * X_t$$

Gdje vrijednost parametra β_0 upućuje na zaključak da se u ishodišnom razdoblju prema jednadžbi modela može očekivati kamatna stopa od 5.659%.

Vrijednost $\beta_1 = -0.022$ upućuje na zaključak da se u svakom narednom mjesecu može očekivati pad kamatne stope u prosjeku za 0.022 postotna poena.

Tablica 7: ANOVA test

Analysis of Variance; DV: ks					
	Sums of - Squares	df	Mean - Squares	F	p-value
Regress.	14.69405	1	14.69405	94.32790	0.000000
Residual	10.90434	70	0.15578		
Total	25.59840				

Izvor: HNB, obrada autora

Iz tablice ANOVA testa iščitava se F vrijednost 94.328 na temelju koje se pri empirijskoj razini signifikantnosti <0.001 donosi zaključak da je procijenjeni model kao cjelina statistički značajan, odnosno da kreira parametre koji su statistički značajni.

Da bi model bio dobar procjenitelj, nužan uvjet je i zadovoljenje uvjeta reprezentativnosti modela.

Reprezentativnost modela je provjerena upotrebom koeficijenta determinacije, te varijacije

Koeficijent determinacije

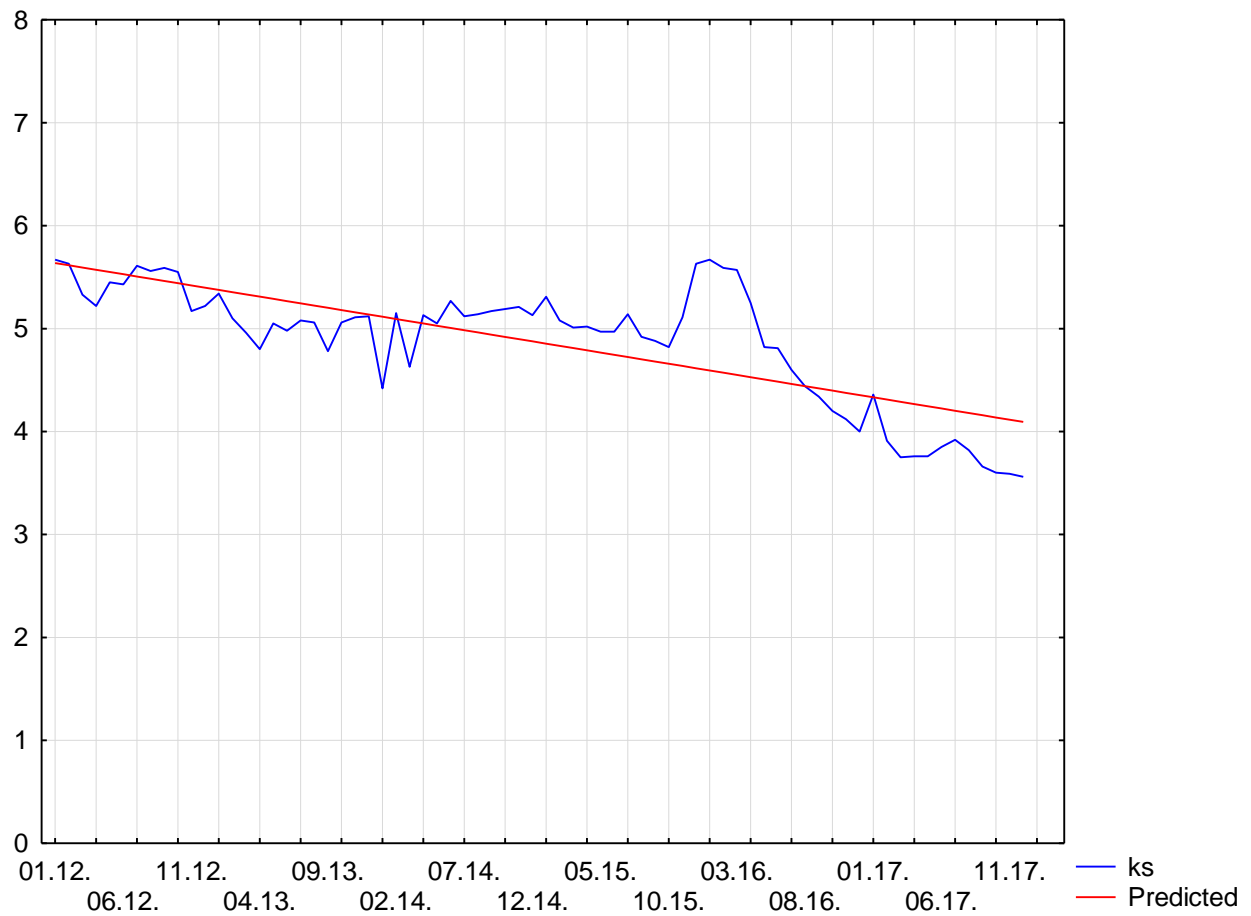
$$R^2 = \frac{SR}{ST} = \frac{14.695}{25.598} = 0.5740$$

Vrijednost koeficijenta determinacije 0.5740 (57.40%) upućuje na zaključak da je 57.40% sume kvadrata odstupanja kamatne stope od prosječne vrijednosti protumačeno procijenjenim modelom. Dakle, model u nižoj mjeri tumači ostvarena kretanja., odnosno ukazuje na trend ali uz ostvarena viša rezidualna odstupanja.

$$V_{reg} = \frac{\delta_{reg}}{\bar{y}} * 100 = \frac{0.3946}{4.87} * 100 = 8.10\%$$

Vrijednost varijacije regresije 8.10 % upućuje na zaključak da postoje niže razine disperzije stvarnih vrijednosti kamatne stope oko regresijske krivulje (kod linearnog modela pravac), zbog čega se može donijeti zaključak da je procijenjeni model reprezentativan.

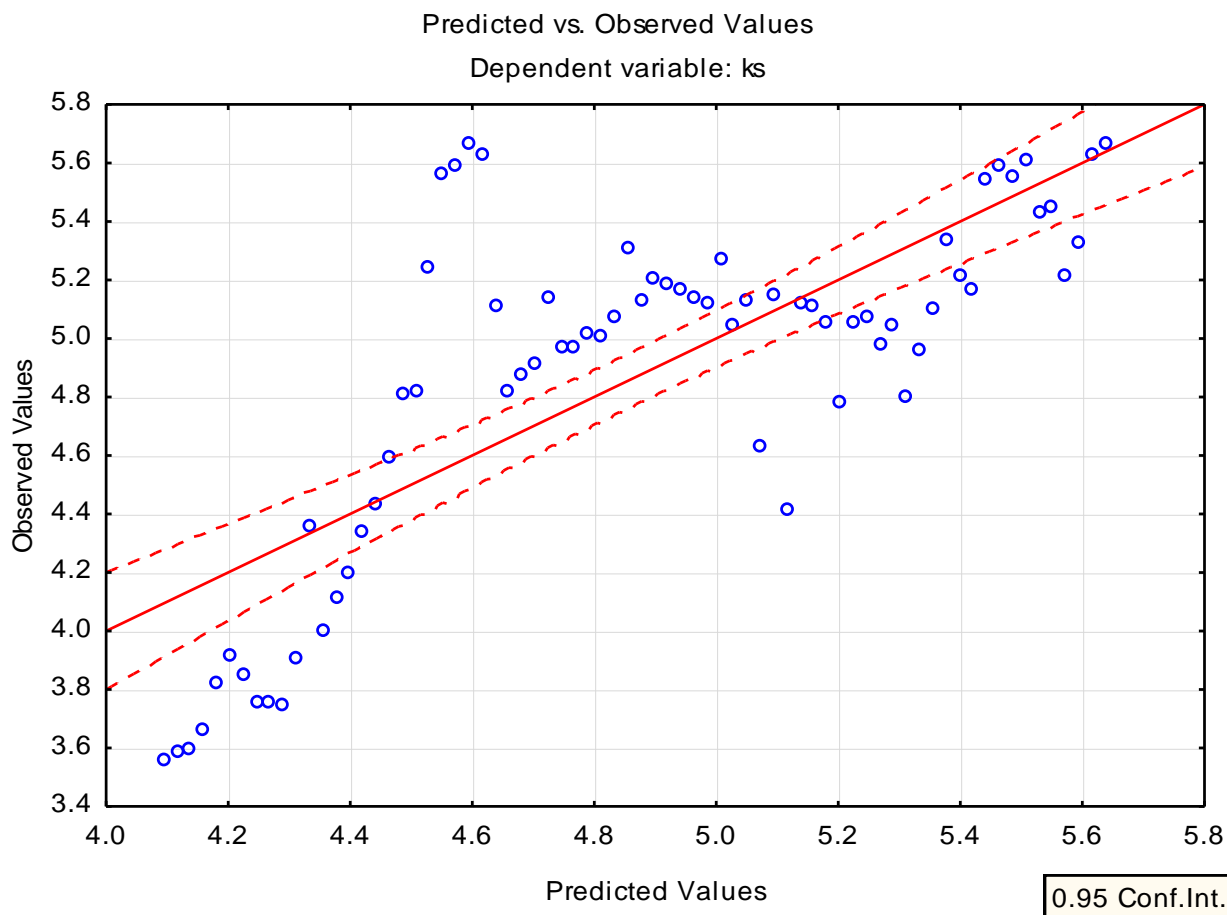
Grafikon 2: Kretanje stvarne i očekivane kamatne stope u promatranom razdoblju



Izvor: HNB, obrada autora

Stavljajući u odnos stvarne vrijednosti kamatne stope, te procijenjene vrijednosti upotrebom linearnog trenda koji se temelji na metodi najmanjih kvadrata može se utvrditi postojanje odstupanja, odnosno da stvarne vrijednosti odstupaju od očekivanih. Nadalje, može se utvrditi da je dio kamatnih stopa ispod, a dio iznad krivulje jednakosti, a što je postignuto upotrebom metoda najmanjih kvadrata.

Grafikon 3: Odnos stvarne i očekivane kamatne stope prema linearnom trend modelu



Izvor: HNB, obrada autora

Iz grafičkog prikaza se može utvrditi da postoje stvarne vrijednosti kamatne stope koje odstupaju značajno od modelskih vrijednosti.

Ukoliko kao veliko odstupanje definiramo svaku stvarnu vrijednost koja za više od dvije standardne devijacije odstupa od modelske/očekivane vrijednosti, dolazimo do informacije da u velika odstupanja spadaju kamatne stope u razdobljima prikazanim u tablici.

Tablica 8.: Observacije koje značajno odstupaju

Standard Residual: ks -velika odstupanja						
	Observed - Value	Predicted - Value	Residual	Standard - Pred. v.	Standard - Residual	Std.Err. - Pred.Val
12.15. . . . * . . .	5.630000	4.615160	1.014840	-0.549491	2.571264	0.053160
01.16. . . . * . . .	5.670000	4.593423	1.076577	-0.597273	2.727685	0.054279
02.16. . . . * . . .	5.590000	4.571686	1.018314	-0.645055	2.580068	0.055466
03.16. . . . * . . .	5.570000	4.549949	1.020051	-0.692837	2.584469	0.056716
Minimum . . . * . . .	5.570000	4.549949	1.014840	-0.692837	2.571264	0.053160
Maximum . . . * . . .	5.670000	4.615160	1.076577	-0.549491	2.727685	0.056716
Mean . . . *	5.615000	4.582555	1.032446	-0.621164	2.615871	0.054906
Median . . . * . . .	5.610000	4.582555	1.019183	-0.621164	2.582268	0.054873

Izvor: HNB, obrada autora

Iz tablice se može utvrditi da su velika odstupanja vrijednosti kamatne stope u prosincu 2015 godine, siječnju 2016. godine, veljači 2016. godine, te ožujku 2016. godine. Sve vrijednosti rezidualnih odstupanja su pozitivne, što znači da je stvarna kamatna stopa porasla na bitno više vrijednosti od očekivane, nakon čega je imala tendenciju konvergencije prema vrijednostima linearnog trenda.

Upotrebom linearnog trend modela procijenjene su mjesečne vrijednosti kamatnih stopa za cijelu 2018. godinu.

Tablica 9: Predviđanje kretanja kamatne stope u razoblju od siječnja do prosinca 2018. godine

	-95.0%PL	Predicted	+95.0%PL
sij.18	3.26	4.07	4.88
vlj.18	3.24	4.05	4.86
ožu.18	3.22	4.03	4.84
tra.18	3.19	4.01	4.82
svi.18	3.17	3.98	4.80
lip.18	3.15	3.96	4.78
srp.18	3.13	3.94	4.76
kol.18	3.10	3.92	4.74
ruj.18	3.08	3.90	4.71
lis.18	3.06	3.88	4.69
stu.18	3.04	3.85	4.67
pro.18	3.01	3.83	4.65

Izvor: HNB, obrada autora

Iz tablice se može uočiti da je za očekivati da će kamatne stope prema linearnom trend modelu nastaviti pad u cijelom razdoblju procjene, te se očekuje da će kamatna stopa u prosincu biti 3.83%, te se pri razini pouzdanosti od 95% može očekivati da će se kretati u rasponu od 3.01 do 4.65.

4.2. Primjena eksponencijalnog trend modela na kretanju kamatne stope

Kod procjene kretanja upotrebom linearnog trend modela kreira se varijabla vrijeme X_t sa vrijednostima gdje kao i kod linearnog trend modela ishodišno razdoblje (siječanj 2012) poprima vrijednost 0, dok svako naredno razdoblje poprima vrijednost uvećanu za 1.

Eksponencijalni trend model glasi:

$$Y_t = \beta_0 \cdot \beta_1^{X_t}$$

Gdje je Y_t = očekivana vrijednost varijable čije kretanje tumačimo trendom

β_0 = parametar koji ukazuje na očekivanu vrijednost zavisne varijable u ishodišnom razdoblju

β_1 = pokazatelj promjene u svakom narednom razdoblju

X_t = varijabla vrijeme

Upotrebom metode najmanjih kvadrata kreira se procjena logaritmiranih vrijednosti parametara eksponencijalnog trend modela.

Tablica 10: Eksponencijalni trend model

Regression Summary for Dependent Variable: Log(ks) R= .76022186 R2= .57793727 Adjusted R2= .57190780 F(1,70)=95.852 p						
	b*	Std.Err. - of b*	b	Std.Err. - of b	t(70)	p-value
Intercept			0.759393	0.008916	85.17665	0.000000
Vrijeme	-0.760222	0.077650	-0.002078	0.000212	-9.79041	0.000000

Izvor: HNB, obrada autora

$$\log Y_t = \log \beta_0 + x * (\log \beta_1)$$

$$\log Y_t = 0,759 + x * (-0,002)$$

Antilogaritmiranje se radi na sljedeći način

$$\beta_0 = 10^{\log \beta_0} = 10^{0.759} = 5,746$$

$$\beta_1 = 10^{\log \beta_1} = 10^{-0.002} = 0,995$$

pa procijenjeni model glasi:

$$Y_t = \beta_0 * \beta_1^{X_t}$$

$$Y_t = 5.746 * 0.995^{X_t}$$

Vrijednost parametra $\beta_0 = 5.746$ znači da je u ishodišnoj godini prema procijenjenom modelu očekivana kamatna stopa 5.746%.

Parametar β_1 se tumači upotrebom pokazatelja stope promjene.

$$S_t = (\beta_0 - 1) * 100$$

$$S_t = (0.995 - 1) * 100 = -0.5 \%$$

Vrijednost parametra $\beta_1 = 0.995$ znači da se u svakom narednom razdoblju može očekivati pad kamatne stope u prosjeku za 0.5%.

$$R^2 = \frac{SR}{ST} = \frac{0.134}{0.232} = 0.5779$$

Vrijednost koeficijenta determinacije 0.5779 (57.79%) upućuje na zaključak da je 57.79% sume kvadrata odstupanja kamatne stope od prosječne vrijednosti protumačeno procijenjenim modelom. Dakle, model u nižoj mjeri tumači ostvarena kretanja., odnosno ukazuje na trend ali uz ostvarena viša rezidualna odstupanja.

$$V_{reg} = \frac{\delta_{reg}}{\bar{y}} * 100 = \frac{0.037}{0.684} * 100 = 5.74\%$$

Vrijednost varijacije regresije 5.74 % upućuje na zaključak da postoje niže razine disperzije stvarnih vrijednosti kamatne stope oko regresijske krivulje, zbog čega se može donijeti zaključak da je procijenjeni model reprezentativan.

Statistička značajnost modela u cjelini se testira ANOVA testom

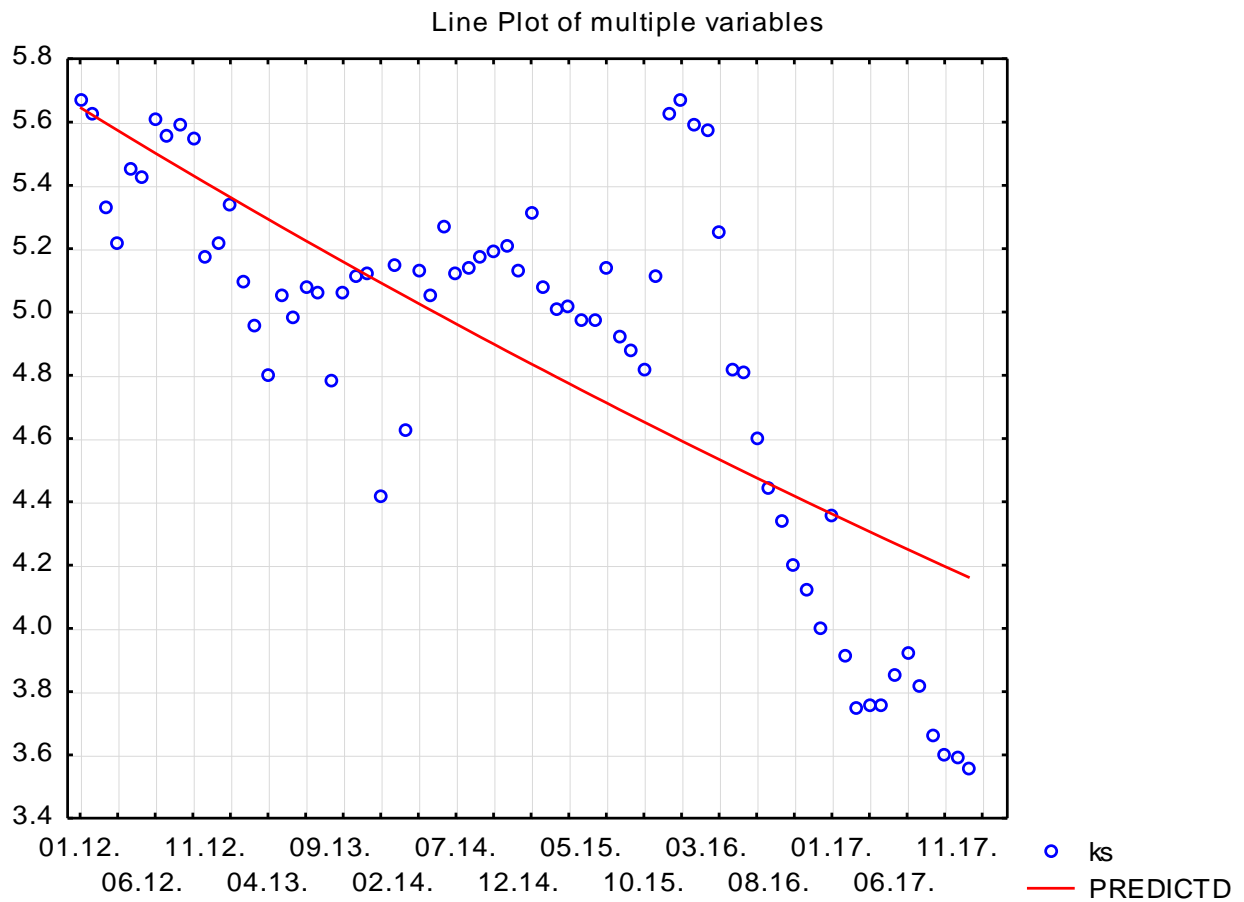
Tablica 11: ANOVA test statističke značajnosti modela

Analysis of Variance; DV: Log(ks)					
	Sums of - Squares	df	Mean - Squares	F	p-value
Regress.	0.134303	1	0.134303	95.85212	0.000000
Residual	0.098080	70	0.001401		
Total	0.232384				

Izvor: HNB, obrada autora

Iz tablice ANOVA testa iščitava se F vrijednost 95.85 na temelju koje se pri empirijskoj razini signifikantnosti <0.001 donosi zaključak da je procijenjeni model kao cjelina statistički značajan, odnosno da kreira parametre koji su statistički značajni.

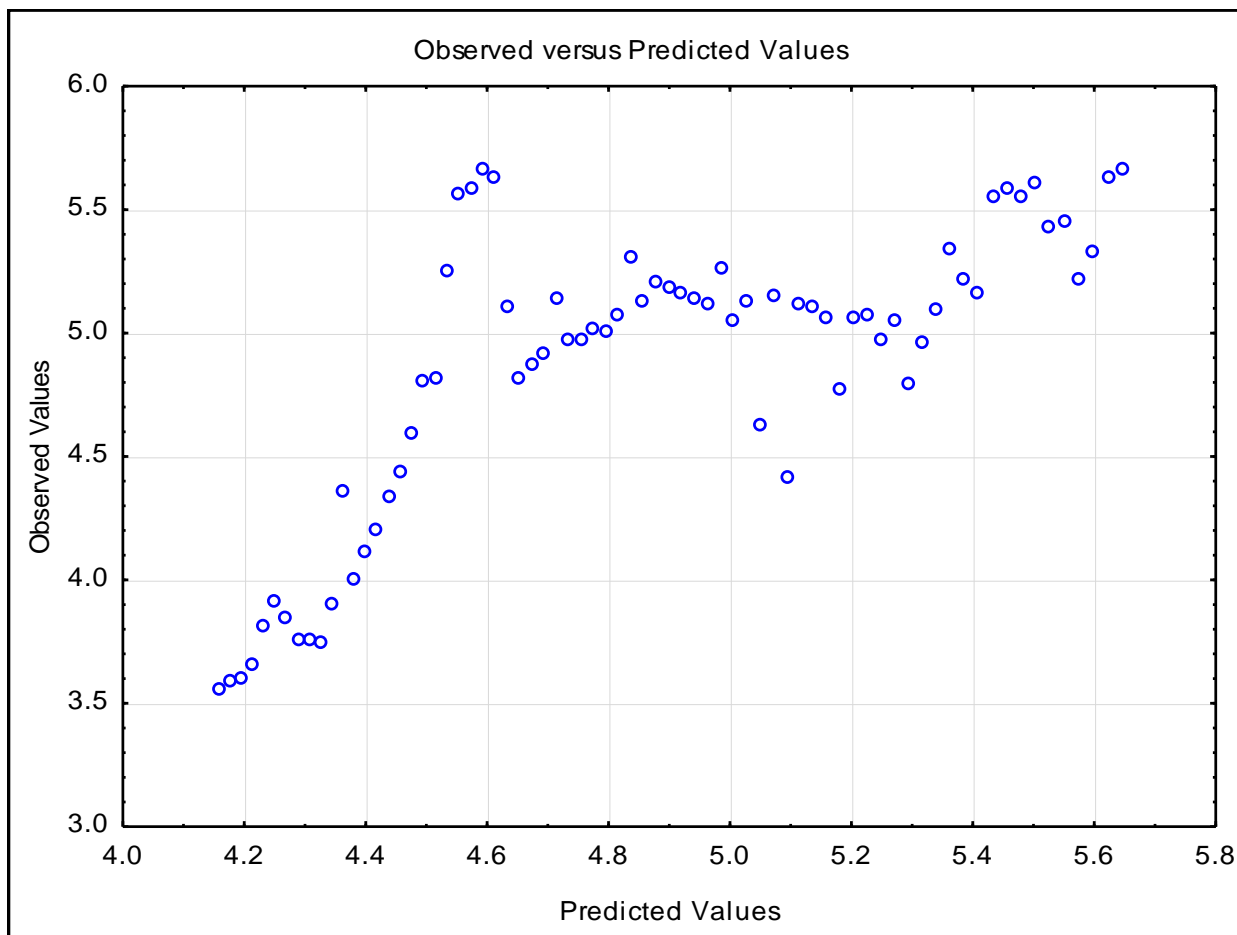
Grafikon 4: Kretanje stvarne i očekivane kamatne stope u promatranom razdoblju



Izvor: HNB, obrada autora

Iz grafičkog prikaza se može utvrditi postojanje tek manje zakrivljenosti krivulje eksponencijalnog modela, kao posljedica vrijednosti β_1 koja teži vrijednosti 1.

Grafikon 5: Kretanje stvarne i očekivane kamatne stope u promatranom razdoblju



Izvor: HNB, obrada autora

Iz grafičkog prikaza se može utvrditi da postoje stvarne vrijednosti kamatne stope koje odstupaju značajno od modelskih vrijednosti.

Tablica 10: Predviđanje kretanja kamatne stope u razdoblju od siječnja do prosinca 2018. godine

	- 95.0%PL	Predicted	+95.0%PL
sij.18	3.3958	4.0522	4.8354
vlj.18	3.3789	4.0328	4.8133
ožu.18	3.3621	4.0136	4.7913
tra.18	3.3454	3.9944	4.7694
svi.18	3.3287	3.9753	4.7476
lip.18	3.3121	3.9564	4.7260
srp.18	3.2955	3.9375	4.7045
kol.18	3.2790	3.9187	4.6831
ruj.18	3.2626	3.9000	4.6619
lis.18	3.2463	3.8814	4.6407
stu.18	3.2300	3.8628	4.6197
pro.18	3.2138	3.8444	4.5988

Izvor: HNB, obrada autora

Iz tablice se može uočiti da je za očekivati da će kamatne stope prema eksponencijalnom trend modelu nastaviti pad u cijelom razdoblju procjene, te se očekuje da će kamatna stopa u prosincu biti 3.84%, te se pri razini pouzdanosti od 95% može očekivati da će se kretati u rasponu od 3.214 do 4.599.

Zaključak

Kamatna stopa predstavlja cijenu kapitala. Kretanje kamatne stope je zavisno o mjerama monetarne politike, kreditnoj politici banaka, te makroekonomskim i mikroekonomskim indikatorima.

Kamatna stopa se pojavljuje u više oblika ovisno o financijskom tržištu (tržište zajmova, tržište obveznica, tržište štednje i sl.), te se prema obliku može podijeliti na nominalnu kamatnu stopu, efektivnu kamatnu stopu koja je funkcija uz nominalnu kamatnu stopu i ostalih troškova financiranja, interkalarnu kamatnu stopu koja se obračunava od dana realizacije plasmana do dana otplate, te zateznu kamatnu stopu koja se naplaćuje u slučaju kašnjenja plaćanja dospjelih anuiteta.

Upotrebom linearnog i eksponencijalnog trend modela rađena je procjena kretanja kamatne stope u narednih 12 mjeseci, te je utvrđeno da se prema oba odabrana modela može očekivati pad kamatne stope.

Međutim, trend predstavlja samo dio funkcije vrijednosti kamatne stope, zbog čega se preporučuje sljedećem istražitelju da u model uvrsti i ostale varijable koje mogu imati utjecaj na kretanje kamatne stope, te navedeno predstavlja i ograničenje ovog istraživanja.

Rezultate modela treba koristiti uz obavljene i druge analize u cilju donošenja adekvatne investicijske odluke.

Literatura

- Babić, Z.; Tomić Plazibat N. (2003): Poslovna matematika; Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet, Split
- Babić, Z., Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z. (2005): „Matematika za ekonomiste“, Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet, Split
- Babić, Z., Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z. (2008): „Matematika“, Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet, Split
- Chiang, A.C. (2005): „Osnovne metode matematičke ekonomije“, MATE, d.o.o., Zagreb, 1994. Šego, B., Matematika za ekonomiste, Narodne novine, Zagreb
- Ercegovac, R. (2008): „Politika kamatnih stopa u bankama u kontekstu rizika“, Ekonomski fakultet Split, Doktorska disertacija, Split
- Lovrinović, I., Ivanov, M. (2009): „Monetarna politika“, RRIF plus, Zagreb.
- Nikolić, N., Pečarić, M. (2012): „Uvod u financije“, EFST, Split
- Pojatina, D. (2000): „Tržište kapitala“, Ekonomski fakultet Split, Split.
- Rose, S. P. (2003): „Menadžment komercijalnih banaka“, Četvrto izdanje, MATE, Zagreb.
- Rozga, A. (2006): „Statistika za ekonomiste“, Ekonomski fakultet Split, Split.
- Saunders, A., Cornett, M. M. (2006): „Financijska tržišta i institucije“, Drugo izdanje, Masmedia, Zagreb
- Veselica, V.(2002): „Kamatna i profitna stopa“, s Interneta, dostupno na: <https://hrcak.srce.hr/file/44512> (20.5.2018.)

Internet izvori

- <http://www.hnb.hr/-/kamate> (20.7.2018.)
- https://www.rrif.hr/Nova_stopa_zateznih_kamata_od_1_srpnja_2018_-1534-vijest.html, (23.07.2018)
- <https://www.hnb.hr/-/kamatne-sto-1> (20.7.2018.)
- <https://www.stedopis.hr/sto-je-kamata-a-sto-kamatna-stop/> (20.7.2018.)

Popis grafova, slika i tablica

Tablica 1: Kretanje kamatne stope (obveznice, EMU kriterij) u razdoblju od 2005. do 2017.

Tablica 2: Metoda određivanja aktivne kamatne stope na osnovi troška

Tablica 3: Model određivanja aktivne kamatne stope na osnovi upravljanja cijenama

Tablica 4: Makroekonomske determinante koje utječu na ponudu kredita

Tablica 5: Deskriptivna statistika kamatne stope

Tablica 6: Linearna regresija

Tablica 7: ANOVA test

Tablica 8.: Outliers observacije

Tablica 9: Predviđanje kretanja kamatne stope u razdoblju od siječnja do prosinca 2018. godine

Tablica 10: Eksponencijalni trend model

Tablica 11: ANOVA test statističke značajnosti modela