Primjena Markowitzevog modela u formiranju efikasne granice na hrvatskom tržištu kapitala

Dupor, Dario

Undergraduate thesis / Završni rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Split, Faculty of economics Split / Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:124:519687

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-28**

Repository / Repozitorij:

REFST - Repository of Economics faculty in Split

SVEUČILIŠTE U SPLITU

EKONOMSKI FAKULTET

ZAVRŠNI RAD

Primjena Markowitzevog modela u formiranju efikasne granice na hrvatskom tržištu kapitala

Mentor: **Student:**

Prof.dr.sc. Zdravka Aljinović **Dario Dupor**

Split, rujan 2017.

SAŽETAK

Efikasan portfelj su one kombinacije dionica uz koje se uz zadani rizik maksimizira prinos ili uz zadani prinos minimizira razina rizika, a portfelj je neefikasan ako je moguće postići viši prinos uz istu razinu rizika ili smanjiti razinu rizika uz istu razinu prinosa. Skup efikasnih portfelja naziva se efikasna granica. Cilj ovog rada je prikaz rezultata efikasne granice na odabrane dionice uvrštene u sektorske indekse kroz duže vremensko razdoblje pri čemu je pomoću korelacijske matrice provedena analiza povezanosti kretanja cijene dionica.

Ključne riječi:

Markowitzeva teorija, moderna teorija portfelja, Zagebačka burza, obveznice, efikasna granica

ABSTRACT

Efficient portfolios are combinations of stocks that maximize the yield by minimizing the risk level and the portfolio is ineffective if is possible to achieve higher yields at the same level of risk or reduce the level of risk at the same level of yield. A set of efficient portfolios is called an efficient boundary. The aim of this paper is to show the results of the effective boundary on the selected shares included in the sectoral indices for a longer period of time, by using a correlation matrix analysis of the correlation of the price movements of the bonds.

Key words:.

Markowitz's theory, modern portfolio theory, the Zagreb Stock Exchange, bonds, efficient boundaries

SADRŽAJ

1. UVOD **1**

2. MARKOWITZEV MODEL OPTIMIZACIJE PORTFELJA **4**

2.1. Teorijske odrednice Mmarkowizevog modela **4**

2.2. Prinos porfelja **7**

2.3. Očekivana vrijednost prinosa porfelja **9**

2.4. Varijanca prinosa porfelja **10**

2.5. Funkcija korisnosti **11**

2.6. Efikasna granica **14**

3. TRŽIŠTE KAPITALA **16**

3.1 Hrvatsko tržište vlasničkih vrijednosnih papira **17**

3.2. Zagrebačka burza **18**

3.2.1 Crobex **19**

3.3 Formirmiranje dioničkog porfelja **21**

4. ZAKLJUČAK **27**

LITERATURA **28**

POPIS TABLICA **29**

POPIS SLIKA **30**

POPIS GRAFIKONA **30**

1.UVOD

Portfelj se definira kao linearna kombinacija ulagačkih instrumenata. Pod pojmom ulagačkog instrumenta možemo smatrati, u širokom smislu, bilo kakve vrijednosne papire[1].

Za investitora je prilikom formiranja portfelja vrijednosnica ključan odnos prinosa i rizika. Cilj investitora je maksimalan prinos uz prihvatljivu razinu rizika, odnosno onu razinu rizika koju je investitor spreman prihvatiti kako bi ostvario željeni prinos. Budući da je tržište kapitala sklono čestim promjenama potrebno je formirati portfelj koji će biti najotporniji na različite uvjete na tržištu kojima će biti izložen. Tržišni rizik naziva se još sistemski rizik, odnosno rizik kojeg nije moguće izbjeći u potpunosti. Pokazuje stupanj sistemskog kretanja prinosa dionice povezanog s kretanjem prinosa ukupnog tržišta vrijednosnica[2].

Na rizik koji nosi portfelj također utječe i broj vrijednosnica u portfelju. Veći broj vrijednosnica umanjuje rizik kojem se izlaže investitor, budući da se ne fokusira na rizik i prinos koji nosi pojedina vrijednosnica već cijeli portfelj. Diversifikacija portfelja odnosno formiranje portfelja kombinirajući vrijednosnice iz različitih sektora umanjit će vjerojatnost nastupa gubitka. Na mogućnost diversifikacije portfelja utječu različite turbulencije na tržištu. Za vrijeme mirnih perioda na tržištu kapitala korelacija koja se javlja između vrijednosnica je mala što omogućava uspješnu diversifikaciju portfelja. S druge strane turbulentnost tržišta rezultirat će porastom korelacije između vrijednosnica te otežati diversifikaciju portfelja[3].

Kod odabira portfelja dionica ili drugih vrijednosnih papira, investitor promatra dva osnovna parametra: rizik i prinos, pri čemu je rizik izražen pomoću standardne devijacije, tj. odstupanja prinosa dionica od očekivane vrijednosti, dok se prinos mjere rastom cijene

---

[1] Sabolić D. (2013):*"Suvremena teorija portfelja i CAPM model*",Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računalstva Zagreb, str.225

[2] Milovanović-Morić B., Ćurković M. (2014): *"Utjecaj svjetske financijske krize naformiranje multisektorskidiverzificiranih optimalnih portfelja uz pomoć Markowitzeve teorije na zagrebačkoj burzi"*, Ekonomska misao i praksa br. 1.

[3] Kunovac D. (2010): " *Asimetrične korelacije na tržištu kapitala u Hrvatskoj"*, Odabrani prijevodi br.7/11, Institut za javne financije

dionice između dva razdoblja. Prema navedenim parametrima je na temelju Markowitzeve teorije (Markowitz, 1952.) kreiran optimalan portfelj kako bi se postigla redukcija rizika.. Markowitzev model predstavlja značajan napredak u financijskom modeliranju, te je temelj moderne teorije portfelja[4] za koju je Harry Markowitz 1990. godine dobio Nobelovu nagradu za ekonomiju. Markowitzev model temelji se na pronalasku ravnoteže, odnosno optimalnog odnosa između prinosa i rizika. Zahvaljujući Markowitzevom modelu moguće je formirati portfelj koji na određenom stupnju rizika donosi najveći prinos, te također za određenu razinu prinosa nosi minimalan rizik[4].

Za investitora je najvažnije ostvariti što veći prinos, no visoki prinos ne smije biti jedini kriterij prilikom formiranja portfelja. Investiranje u vrijednosnicu koja nosi najveći prinos rezultirat će visokim rizikom s kojim će se nositi investitor. Markowitzev model formira se na način da se postavi donja granica prinosa portfelja i tada se iz skupa mogućih portfelja izabere onaj koji ima minimalan rizik ili se postavi gornja granica prihvatljivog rizika te se tada izabere portfelj koji uz zadani rizik nosi najveći prinos[5].

U radu se pokazuje kako formirati optimalan portfelj na temelju uzorka dionica koje kotiraju na Zagrebačkoj burzi, uz ispunjavanje definiranih i postavljenih ograničenja odnosno diverzifikaciji portfelja samo dionički. Svi izračuni provode se pomoću tabličnog kalkulatora Excel.

Predmet istraživanja je moderna teorija portfelja i analiza primijene na mlado i relativno nerazvijeno tržište kapitala kao što je Zagrebačka burza. Glavni problem postaje pitanje, može li se formirati optimalni portfelj dionica koji se istodobno zadovoljiti postavljena ograničenja, ali i pružiti zadovoljavajuću razinu prinosa i rizika investitorima.

Istraživanjem se želi utvrditi može li se, unatoč problemima s kojima se susreće hrvatsko tržište kapitala, u prvom redu nelikvidnošću i nenormalno distribuiranim prinosima dionica, empirijskom analizom dokazati kako je Markowitzev model primjenjiv na relativno mala i nerazvijena tržišta kapitala te da daje zadovoljavajuće

---

[4] Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z., Marasović, B., 2006. „*Matematički modeli u financijskom upravljanju*“. Split: Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split

[5] Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z., Marasović, B., 2006.„*Matematički modeli u financijskom upravljanju*“. Split: Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split

rezultate odnosno da se može koristiti kao alat pri formiranju optimalnog portfelja na hrvatskom tržištu kapitala.

Istraživanje se se provoditi uz upotrebu teorijskih i empirijskih modela. Temelji se na proučavanju stručne literature, internetskih izvora i podataka o prometu i cijenama dionica na službenoj stranici Zagrebačke burze. Osnovni alat bit će tablični kalkulator Excel.

Na početku rada u uvodu ukratko je opisana problematika rada te čime se u ovome radu bavimo. U sljedećem poglavlju dan je opis i uloga Markowitzeve teorije portfelja pri kreiranju optimalnog portfelja radi lakšeg razumijevanja problematike. Unutar ovog poglavlja opisujemo teorijske pojmove vezano uz Markowitzeve teorije portfelja te opisujemo funkciju korisnosti i efikasnu granicu koja je tema rada.. Dan je i opis Zagrebačke burze te CROBEX dionica.

Nakon teorijskih opisa u sljedećim poglavljima vršimo izračune. Tako imamo dva poglavlja od kojih jedan je za proračun očekivanih prinosa i rizika po dionicama gdje vršimo proračun za očekivani prinos po dionici ovisno o riziku. Na kraju formiramo efikasnu efikasnu granicu portfelja. U zaključku je dan osvrt na mogućnosti i nedostatke korištenja Markowitzeve teorije na hrvatskom tržištu kapitala te osvrt na rezultat analize.

2. MARKOWITZEV MODEL OPTIMIZACIJE PORTFELJA

Prvi ozbiljan pokušaj da se tržište opiše matematičkim modelom datira iz 1952. godine kada je Harry Max Markowitz postavio temelje moderne teorije portfelja. MV model (mean-variance model) je vrednovan jako visoko, što pokazuje činjenica da je za svoja dostignuća u razvoju moderne teorije portfelja H.M.Markowitz 1990. godine dobio Nobelovu nagradu iz ekonomije. Dotada, pristup optimizaciji je bio maksimizacija očekivanog prihoda, što je rezultiralo vrlo rizičnom ulaganju ukupnih sredstava u dionicu s najvećim očekivanim prihodom.

2.1. TEORIJSKE ODREDNICE MARKOWITZEVOG MODELA

Markowitz[6] u knjizi Portfolio Selection: Efficient Diversification of investments, razvija teoriju prema kojoj se rizik i prinos mogu uravnotežiti u dobro odabranoj kombinaciji vrijednosnica tj. portfelju. Cilj modernog upravljanja nije maksimizacija očekivanog prihoda, već optimiranje odnosa očekivanog prihoda i pripadnog rizika. Takav pristup odgovara maksimi „Nije dobro držati sva jaja u jednoj košari“. Ideja leži u diversifikaciji portfelja tj. sredstva namijenjena ulaganju u rizičnu imovinu ne treba uložiti u samo jedan instrument nego u njih nekoliko. Mnogi investitori su se uvjerili u istinitost ove tvrdnje, ali je Markowitz razvio matematički model kojim je pokazao kako odabrati „košare“ koje ovdje predstavljaju vrijednosnice.

Osnovna ideja Markowitzevog modela je naći ravnotežu između prinosa i rizika te izabrati portfelj koji donosi najveću moguću dobit uz najmanji mogući rizik. Markowitz je razvio teoriju gdje se rizik i prihod mogu uravnotežiti, odnosno formirati optimalni portfelj gdje jedan od parametara (rizik ili prihod) ostaje fiksan. Uz zadanu razinu rizika ostvaruje se maksimalan prihod ili se za određenu razinu prihoda ostvaruje minimalan rizik. Naravno, preuzimanje većeg rizika može rezultirati većim profitom.

Pri formiranju takvog portfelja veliku ulogu igra korelacija između vrijednosnica u portfelju. Pozitivna korelacija nije poželjna iz razloga što povećava rizik portfelja. Kod pozitivne korelacije vrijednosti se „kreću zajedno“ tj. ukoliko jedna vrijednosnica ima negativan povrat taj negativan povrat će imati i druga, s njom pozitivno korelirana,

[6] Bazirano na: Aljinović Z., Marasović B., Šego B. (2011): „*Financijsko modeliranje*“, Split, Sveučilište u Splitu,Ekonomski fakultet, str.136-138

vrijednosnica. Za portfelj je poželjna negativna korelacija između vrijednosnica jer ukoliko su vrijednosnice negativno korelirane, negativni povrat jedne implicira pozitivnim povratom druge vrijednosnice čime se volatilnost portfelja smanjuje.

Portfelj koji za zadanu stopu rizika ima najveću stopu prihoda, odnosno portfelj koji za zadani prihod ima najmanji rizik zove se efikasnim portfeljom. Koristeći model, investitor iz skupa svih mogućih portfelja će odabrati onaj portfelj koji odgovara njegovoj ulagačkoj filozofiji. Prema tome će konzervativniji investitori odabrati portfelj koji ima manju stopu rizika, ali i manju očekivanu dobit.

Pretpostavke Markowitzevog modela optimizacije portfelja su[7] :

- Prinosi su normalno distribuirani
- Funkcija korisnosti koja prezentira preferencije investitora je kvadratna funkcija

Ove pretpostavke su bile polazna točka mnogih kritika modela. Normalna distribucija prinosa nikad nije dokazana. Većina empirijskih testova na tržištima kapitala za rezultat je imala asimetričnu i (ili) šiljastu distribuciju.

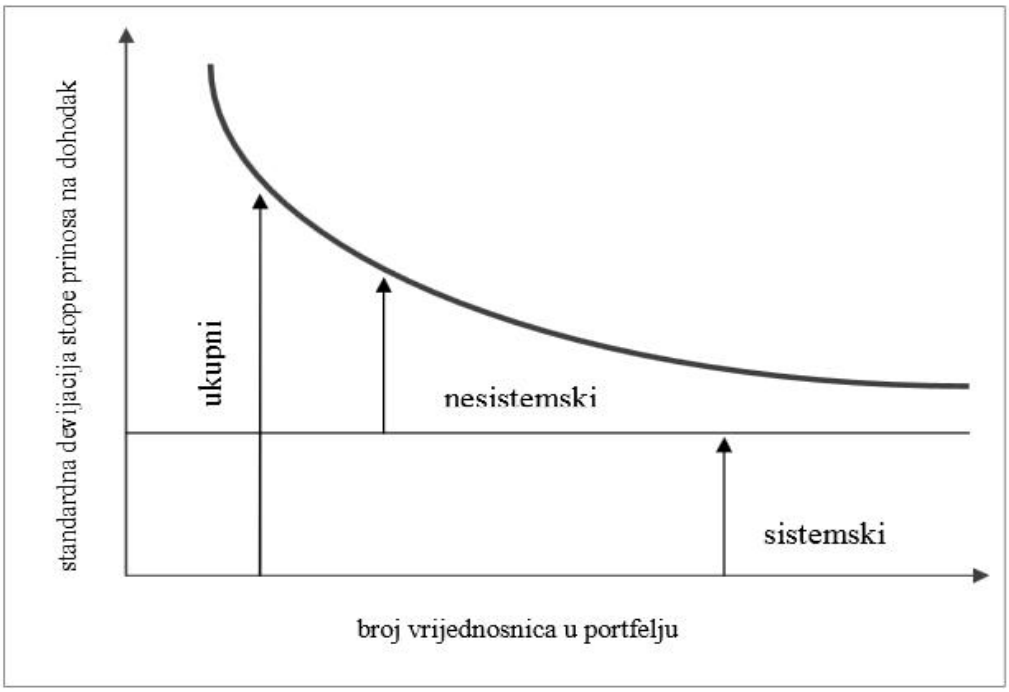
Sljedeći razlog kritike ovog modela je potreba za izračunavanjem velikog broja standardnih devijacija i korelacija prinosa vrijednosnih papira koji su uzeti u analizu, što je ograničavalo njegovu primjenu. Zbog obujma i složenosti izračuna velikog broja parametara, u vrijeme nastanka, MV model je bio kritiziran i rijetko primjenjivan u praksi. Međutim, u novije vrijeme zahvaljujući brzim računalima i razvoju specijaliziranih softvera problem se može riješiti brzo i efikasno primjenom MV modela. Također, bitno je naglasiti da možemo govoriti o pouzdanim i reprezetativnim rezultatima jedino u slučaju kad su ispunjene pretpostavke modela.

Doprinos Markowitzeve teorije portfelja leži u činjenici da sve do 1952. godine nije postojao odgovor na pitanje: Kako izabrati dionice koje će sačinjavati portfelj? Investitori su primjetili da „nije dobro držati sva jaja u jednoj košari“, ali nije postojao model koji će pokazati kako odabrati košare, to jest dionice.

[7] Aljinović Z., Marasović B., Tomić-Plazibat N. (2006): *„Matematički modeli u financijskom upravljanju“,* Split, Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str.25-30

Također, Markowitz je pokazao da se povećanjem broja dionica u portfelju rizik smanjuje. Taj zaključak je poznat kao diversifikacija rizika.

Na slici 1. prikazano je kako se rizik portfelja (σ_p) smanjuje kako se broj vrijednosnica u portfelju (N) povećava, ali po opadajućoj stopi, što znači da redukcija rizika usporava s porastom broja vrijednosnica u portfelju.



Slika 1: Sistemski i nesistemski rizik u odnosu na ukupni rizik

Izvor: Tomić- Plazibat N., Aljinović Z., Marasović B. (2006): *„Matematički modeli u financijskom upravljanju“*, Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str 29.

Sistemski rizik je opći rizik na tržištu koji proizlazi iz promjena u svjetskoj i nacionalnoj ekonomiji, poreznoj reformi i slično, a taj se rizik boljom diversifikacijom portfelja vrijednosnih papira ne može otkloniti. Nesistemski rizik je uzrokovan promjenama u uspješnosti poslovanja pojedinih poduzeća, emitenata dionica, ali se taj rizik diversifikacijom portfelja može otkloniti.

Doprinos i velika važnost Markowitzevog rada se očituje i u činjenici da je Markowitz za svoj rad 1990. godine dobio Nobelovu nagradu iz ekonomije. Uvođenjem Markowitzevog modela u široku upotrebu uviđaju se njegova ograničenja i dolazi do razvoja novih, poboljšanih matematičkih modela optimizacije portfelja, ali zbog svojih dobrih svojstava Markowtizev model ostaje bazični model optimizacije portfelja i većina novih modela koji ga slijede temelje se na njemu.

Dobro razumijevanje modela financijskom menadžeru omogućava da u suradnji sa stručnjacima s različitih područja razvija nove modele koje će temeljiti na vlastitim opažanjima, ali i na specifičnostima tržišta na kojem djeluje.

2.2. PRINOS PORTFELJA

Uz pretpostavku da investitor može ulagati u *n* različitih vrijednosnih papira u trenutku $t = 0$ i da ih posjeduje sve do trenutka $t = T$ pretpostavljamo da nema transakcijskih troškova i da su vrijednosnice savršeno djeljive. U praksi, pretpostavka o beskonačnoj djeljivosti je puno bolje aproksimirana kod velikih portfelja institucionalnih investitora kao što su fondovi i sl., nego kod malih portfelja pojedinačnih ulagača[8].

Cijene vrijednosnica u trenutku $t = 0$ i trenutku t = T određuje prinos i-te vrijednosnice R_i, $i \in \{1,2,...,n\}$, u tom trenutku $t = T$. Preciznije, ako je u trenutku $t \in \{0,T\}$ cijena vrijednosnog papira P_i (0), odnosno P_i (T), tada se složeni kontinuirani prinos pojedinog vrijednosnog papira računa izrazom:

$$R_i=\ln\left(\frac{P(T)}{P(0)}\right) \qquad (1)$$

A diskretni prinos izrazom:

$$R_i=\left(\frac{\{P(T)-P(0)\}}{P(0)}\right) \quad (2)$$

Ako je u promatranom razdoblju došlo do isplate dividende za promatranu dionicu, tada se ukupni prinos dionice računa tako da se brojnicima gornjih izraza doda isplaćena dividenda. Prinos izračunat kontinuiranim ukamaćivanjem uvijek je manji od prinosa izračunatog diskretnim ukamaćivanjem, ali razlika najčešće nije vidljiva. Kada podaci o prinosima za periode iz prošlosti određuju distribuciju prinosa, složeni kontinuirani prinos je prikladnija mjera prinosa u odnosu na složeni diskretni prinos.

Ako se na kraju razdoblja vlasnik vrijednosnice ne odluči za njenu prodaju, to se tretira kao implicitna odluka o prodaji i istovremenoj ponovnoj kupnji te iste vrijednosnice.

[8] Bazirano na: Aljinović Z., Marasović B., Tomić-Plazibat N. (2006): „*Matematički modeli u financijskom upravljanju*“, Split, Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str.2-6

Nadalje, s π_i označimo dio početnog uloga x investiranog u vrijednosnicu i u trenutku t = 0, *t*o jest

$$\Pi_i = \frac{\psi P(0)}{x} \qquad (3)$$

Gdje je ψ_i broj i-tih vrijednosnica kupljenih u trenutku $t = 0$. Vektor $\pi = (\pi_1,...,\pi_n)'$ nazvat ćemo vektorom portfelja investitora te vrijedi:

$$\sum_{i=1}^{n} \pi_i = 1 \quad (4)$$

O izboru vektora portfelja π na početku promatranog razdoblja ovisit će ukupni prinos ili prinos portfelja u trenutku $t = T$:

$$R^{\pi} = \frac{X^2(T) - X}{X} \quad (5)$$

Gdje su ukupna novčana sredstva dobivena prodajom dionica u trenutku $t = T$. U diskretnom slučaju prinos portfelja je:

$$R^{\pi} = \sum_{i=1}^{n} = \pi_i R_i. \qquad (6)$$

Važno je istaknuti da ponekad udjeli π_i, $i \epsilon \{1,2,...,n\}$, mogu poprimiti i negativne vrijednosti. U praksi takva situacija je poznata pod nazivom kratke prodaje (*short sale)*. Kratka prodaja predstavlja vrstu trgovine na financijskom tržištu. Mnogi investitori se nadaju da će dionicu kupiti po manjoj cijeni, a prodati po većoj, to jest oni se nadaju da će se cijena dionice u budućnosti povećati i da će oni zaraditi na prodaji dionica u budućnosti. Poznata izjava koja opisuje takvu situaciju je: „Kupi po manjoj cijeni prodaj po većoj.“ Kod kratke prodaje proces je obrnut. Investitori prvo prodaju vrijednosnice koje nisu u njihovim fizičkim vlasništvima tj. posuđuju vrijednosnice od npr. brokera i prodaju ih, nadajući se kasnijoj kupnji po manjoj cijeni. U tom slučaju težnje investitora se mogu opisati izjavom „Prodaj skupo, kupi jeftino.“

Ako investitor želi ostvariti kratku prodaju, on se obraća posredničkoj firmi (obično brokerskoj firmi) koja taj vrijednosni papir uzajmljuje od drugog investitora ili ga sama posuđuje investitoru ako ga ima u svom vlasništvu. U trenutku kad kompanija koja je izdala vrijednosni papir isplaćuje dividendu vlasnicima vrijednosnih papira, investitor mora bivšem vlasniku isplatiti jedan iznos dividende kao što je to učinila i kompanija da on ne bude oštećen u transakciji kratke prodaje. Na kraju transakcije investitor ponovno

otkupljuje isti vrijednosni papir i vraća ga natrag u posjed posredničkoj komapniji od koje ga je i posudio. Ukoliko su troškovi investitora na kraju transakcije manji od cijene po kojoj je na početku prodao vrijednosni papir, uspjet će ostvariti pozitvan prinos od vrijednosnice.

2.3. OČEKIVANA VRIJEDNOST PRINOSA PORTFELJA

Cijena vrijednosnice $P_i(t)$ u nekom trenutku t u budućnosti je slučajna varijabla, to je i prinos $R_i(t)$ vrijednosnice i u trenutku t slučajna varijabla[9].

Vrijednosti prinosa opaženih u prošlim razdobljima imaju određenu distribuciju. Pitanje koje se postavlja je: ako su nam poznate funkcije distribucije prinosa pojedinih vrijednosnih papira, kakvog će oblika biti funkcija distribucije prinosa portfelja?

H.Markowitz je predvidio u svojim istraživanjima da su distribucije prinosa portfelja i distribucije prinosa indvidualnih ulaganja približno normalne što pojednostavnjuje problem. Ukoliko poznajemo aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju, normalnu distribuciju je moguće kompletno okarakterizirati pa se problem zapravo svodi na pronalaženje povezanosti artimetičke sredine i standardne devijacije prinosa portfelja s odgovarajućim parametrima distribucije prinosa pojedinačnih vrijednosnih papira koji čine portfelj.

Očekivana vrijednost zbroja slučajnih varijabli jednaka je zbroju očekivanih vrijednosti tj. vrijedi E(X+Y)=E(X)+E(Y) i očekivana vrijednost umnoška konstante i slučajne varijable jednaka je umnošku konstante i očekivane vrijednosti slučajne varijable tj. vrijedi E(αX)=αE(X), dobivamo izraz za očekivani prinos portfelja:

$$\mu i = E(R\Pi) = E(\sum^{n}_{i=1} \Pi_i Ri) = \Pi_i E(Ri) = \Pi_i \mu i \quad (7)$$

Zaključak koji proizlazi je da aritmetička sredina ili očekivana vrijednost prinosa portfelja koji se sastoji od n vrijednosnica je vagana aritmetička sredina prinosa individualnih ulaganja, gdje su ponderi udjeli pojedinih vrijednosnica u portfelju definirani relacijom 3.

[9] Aljinović Z., Marasović B., Tomić-Plazibat N. (2006): „*Matematički modeli u financijskom upravljanju*“, Split, Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str.7

2.4. VARIJANCA PRINOSA PORTFELJEA

Standardne statističke mjere rizika su varijanca i standardna devijacija[10]. Varijanca tržišnog prinosa je očekivano kvadratno odstupanje iz očekivanog prinosa, dok standardna devijacija jednostavno predstavlja drugi korijen iz varijance[11]. H.Markowitz kvantificira rizik ulaganja u pojedinu vrijednosnicu varijancom prinosa $Var(R_i)$.

Normalna distribucija je jedna od pretpostavki Markowitzevog modela. Uz tu pretpostavku, dionice čija vrijednost više varira u odnosu na očekivanu vrijednost su rizičnije vrijednosnice pa varijanca kao mjera varijabiliteta prinosa predstavlja prikladnu mjeru rizika.

Rizik portfelja definiran je kao varijanca prinosa portfelja Var(R) koja je definirana izrazom:

$$Var(R^{\pi}) = E\{[R^{\pi} - E(R^{\pi})]^2\} \quad (8)$$

Korištenjem linearnosti matematičkog očekivanja, može se pokazati da je

$$Var(R^{\pi}) = E[(R^{\pi})^2] - [E(R^{\pi})]^2 \quad (9)$$

Raščlanjivanjem izraza i primjenom navedenih svojstava aditivnosti i multiplikativnosti očekivane vrijednost slučajne varijable, dobiva se:

$$Var(R^{\pi}) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \pi_i \sigma_{ij} \pi_{ij} \qquad (10)$$

Kovarijanca prinosa vrijednosnice same sa sobom $\sigma_{i,i}$, $i \in \{1,2,...,n\}$ može tretirati kao varijanca prinosa promatrane vrijednosnice:

$$Var(R_i) = E[(R_i)^2] - [E(R_i)]^2 = E(R_i R_i) - E(R_i)E(R_i) = Cov(R_i, R_i) \qquad (11)$$

Budući da je :

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \pi_i \pi_j = 1 \quad (12)$$

Možemo reći da jednakost izražava Var(R) kao vagani prosjek n^2 varijanci i kovarijanci prinosa vrijednosnica u portfelju. Varijanca prinosa portfelja nije linearna

[10] Aljinović Z., Marasović B., Tomić-Plazibat N. (2006): „*Matematički modeli u financijskom upravljanju*“, Split, Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str.8-9

[11] Decan E., D'Espallier B., Praet A., Vinck B. (2013): *Principles of coroporate finance* , Hogeschool-universiteit Brussel, str 165-166

funkcija udjela investicija za razliku od očekivane vrijednosti prinosa portfelja koja je linearna funkcija udjela investicija u portfelju zbog toga što se moguće varijance prinosa oko očekivanih vrijednosti svake investicije ne moraju poklapati niti intezitetom niti smjerom kretanja. Varijanca prinosa portfelja ovisi o slijedećim parametrima:

- udjelima pojedinih vrijednosnica u portfelju,
- varijancama prinosa pojedinih vrijednosnih papira,
- korelacijama između prinosa pojedinih vrijednosnica u portfelju.

2.5. FUNKCIJA KORISNOSTI

Na uvažavanje elementa rizika u izboru između odgovarajućih akcija ukazao je Daniel Bernoulli prije gotovo tri stoljeća, sugerirajući maksimilizaciju očekivane korisnosti kao relevantan kriterij prilikom izbora u situacijama rizika[12]. U terminu korisnosti jednostavno su objedinjeni stavovi pojedinca prema gubitku, dobitku i prema riziku. Bernoulijeva hipoteza očekivane korisnosti proizašla je iz rješenja poznate petrogradske igre, odnosno paradoksa koji se odnosi na nekonzistentnost između hipoteze očekivanog dobitka i ponašanja ljudi u stvarnosti[13].

Vrijednost stvari nije određena cijenom koju netko želi platiti za nju, već korisnošću koja ona ima za vlasnika. Klasičan primjer bi bila čaša vode koja ima puno veću koristnost za nekoga tko se izgubio u pustinji, nego za nekog u civilizaciji. Iako cijena vode može biti jednaka u oba slučaja, dvije osobe u različitim situacijama mogu različito percipirati njenu vrijednost.

Budući je oblik funkcije korisnosti određen preferencijama pojedinaca, a s obzirom na njihove različite stavove prema riziku (iako u prosjeku izražavaju odbojnost, stupnjevi te odbojnosti su različiti, a postoje i oni skloni rizičnim situacijama, ponovno u različitim stupnjevima), oblici funkcija korisnosti mogu biti određeni tek empirijskim istraživanjima.

Funkcija korisnosti U(W) je rastuća funkcija. To znači da investitor uvijek preferira mogućnost koja ima veći prinos u usporedbi s mogućnošću koja ima manji prinos uz pretpostavku da su opcije jednako vjerojatne. Oblik funkcije korisnosti odražava ulagačev

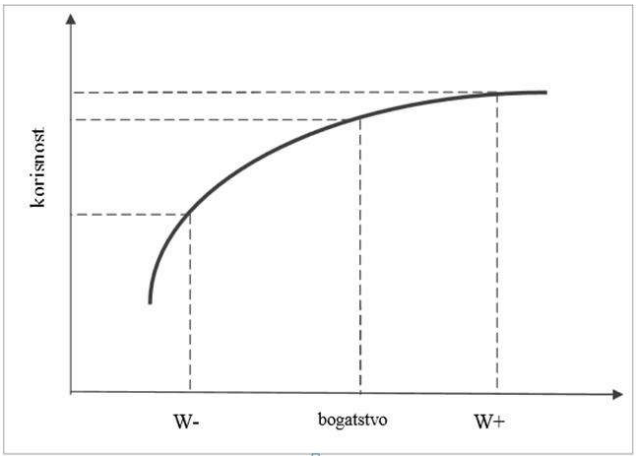
[12] Aljinović Z., Marasović B., Tomić-Plazibat N. (2006): „*Matematički modeli u financijskom upravljanju*“, Split, Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str.9-13
[13] Dupor D.,: *Materijali s predavanja iz kolegija Ekonomika osiguranja*, Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, 2015

stav prema riziku. Osobe koje izbjegavaju rizik neće investirati u slučaju kada vjerojatnost dobitka veličine *G* iznosti *50%* i vjerojatnost gubitka veličine *G* iznosti *50%*, što možemo izraziti ovako:

$$U(W)-U(W-G) > U(W+G) - U(W) \quad (13)$$

Funkcija osoba koje imaju averziju prema riziku je konkavna, to jest druga derivacija joj je manja od nule:

$$U''(W) < 0 \quad (14)$$



Slika 2: Funkcija korisnosti investitora koji izbjegava rizik

Izvor: Tomić- Plazibat N., Aljinović Z., Marasović B. (2006): „*Matematički modeli u financijskom upravljanju*“, Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str 11.

Osobi koja je indiferentna u odnosu na rizik svejedno je hoće li ili ne investirati dio bogatstva u slučaju kad je vjerojatnost dobitka *G 50%,* a isto tako vjerojatnost gubitka *G 50%.* Za takvog investitora vrijedi:

$$U(W)-U(W-G)= U(W+G) - U(W) \quad (15)$$

Funkcija korisnosti za neutralnog investitora je linearna, to jest

$$U''(W)=0 \quad (16)$$

Za osobe koje su sklone riziku vrijedi realacija :

$$U(W)- U(W-G)< U(W+G) -U(W) \quad (17)$$

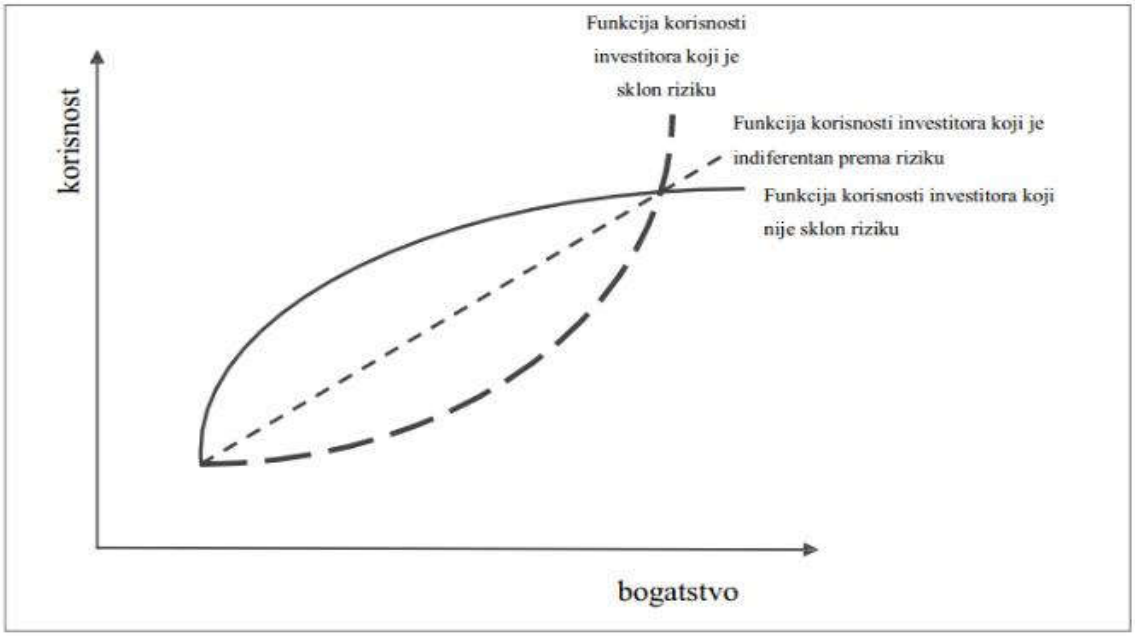
Odnosno riječ je o funkciji korisnosti konveksnog oblika pa za nju vrijedi :

$$U(W)''> 0 \quad (18)$$

Funkciju korisnosti investitora koji ulaže na tržište kapitala možemo prikazati kao funkciju očekivanog prinosa portfelja. Očekivana vrijednost funkcije korisnosti tada ovisi o očekivanom prinosu portfelja i varijanci:

$$E(U)= E(U)(\mu_\pi \sigma_\pi^2)^{2}) \quad (19)$$

Jednakost je od velike važnosti jer je očekivani prinos i varijancu mnogo lakše kvantificirati nego očekivanu korisnost.



Slika 3: Funkcija korisnosti investitora koji izbjegava rizik, investitora koji je indiferentan riziku i investitora koji je sklon riziku

Izvor: Tomić- Plazibat N., Aljinović Z., Marasović B. (2006): „*Matematički modeli u financijskom upravljanju*“, Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str 12.

Markowitz u svom radu pretpostavlja da je funkcija korisnosti konkavna, odnosno da postoji određeni stupanj averzije prema riziku i da je kvadratna funkcija. U tom slučaju za očekivanu korisnost se dobiva:

$$E(U)= U[E(R^\pi)]+1/2\ U''[E(R^\pi)]\ Var(R^\pi) \quad (20)$$

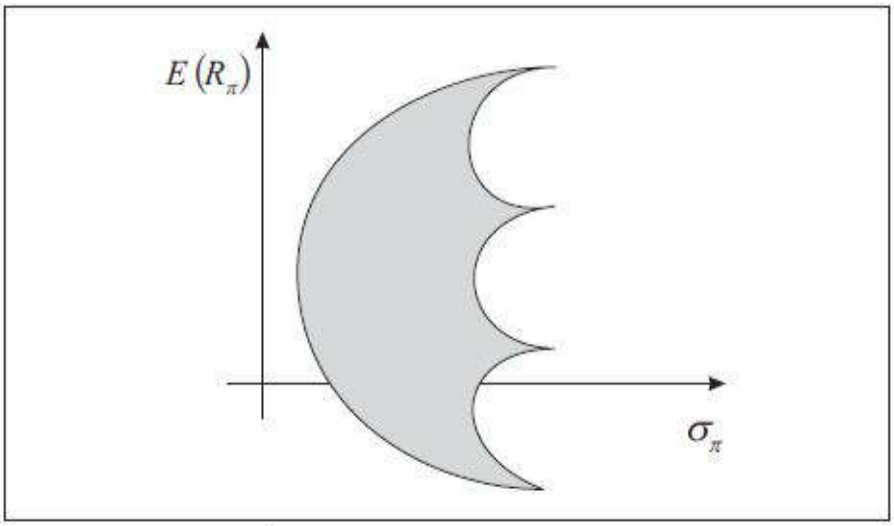
Krivulje indiferencije u prostoru rizika i prinosa dane su izrazom:

$$E(U)= E(R^\pi)- R_A Var(R^\pi) \quad (21)$$

Gdje je R_A Arrow-Prattov indeks kojim se mjeri stupanj averzije prema riziku.Pretpostavka da je funkcija korisnosti rastuća i da je konakvana impliciraju da je Arrow-Prattov indeks konkavne funkcije nenegativan na cijelom području definicije.

2.6. EFIKASNA GRANICA

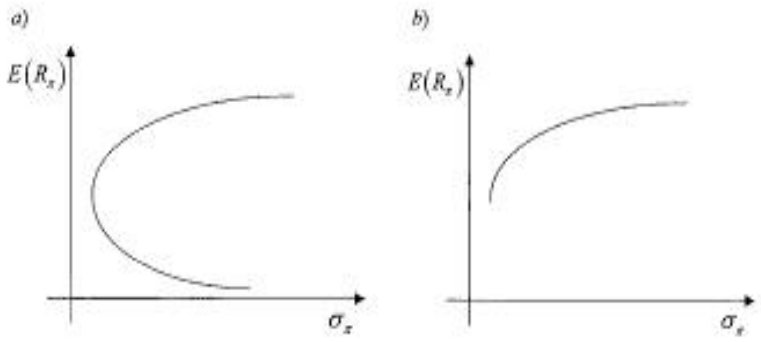
Skup mogućih portfelja čine svi portfelji koji se mogu sastaviti od N rizičnih vrijednosnica. Svaki portfelj je karakteriziran svojim prinosom i rizikom (varijancom prinosa ili standardnom devijacijom) i može se prikazati u koordinatnom sustavu.Prikažemo li sve moguće portfelje točkama u $\sigma_\pi - E(R_\pi)$ koordinatnom sustavu, dobit ćemo skup kao na slici:



Slika 4: Skup mogućih portfelja

Izvor: Aljinović Z., Marasović B., Šego B. (2011): „*Financijsko modeliranje*“, Sveičilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str.139.

Lijeva granica skupa mogućih portfelja se naziva skup minimalne varijance. Njega sačinjavaju točke koje za danu stopu prinosa imaju najmanju varijancu. Dio skupa minimalne varijance koji prikazuje portfelje koji za zadanu standardnu devijaciju imaju maksimalan prinos naziva se efikasnom granicom.



Slika 5: (a) Skup minimalne varijance (b) Efikasna granica
Izvor: Izvor: Aljinović Z., Marasović B., Šego B. (2011): „*Financijsko modeliranje*“, Sveičilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str.140

Matematički, efikasni portfelj možemo definirati kao rješenje problema:

$$\max E\,(R_\pi)=\pi' E(R)= \sum_{i=1}^{N} \pi_i E(R_i) \quad (22)$$

uz ograničenja:

$$\pi_i S\pi = C$$

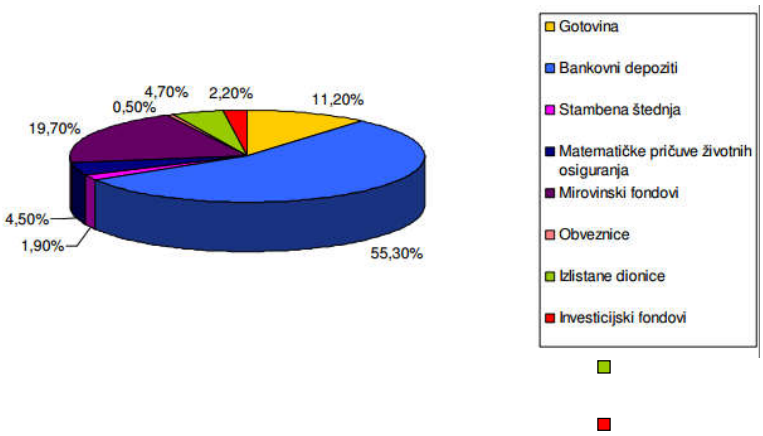
$$\sum_{i=1}^{N} \pi_i = 1$$

Gdje c predstavlja konstantu koja prikazuje rizik mjeren varijancom koji je investitor spreman prihvatiti.

3. TRŽIŠTE KAPITALA

3.1. Hrvatsko tržište kapitala

Hrvatsko je tržište kapitala relativno mlado i manje razvijeno u odnosu na zapadne zemlje. U Hrvatskoj banke i dalje imaju premoć nad ostalim sudionicima na tržištu, stoga je kredit i dalje najžešće sredstvo zaduživanja kod poslovnih subjekata, a ulaganje novca u bankovne depozite najčešći oblik štednje građana.



Slika 6: Udjeli u financijskoj imovini građana u srpnju 2014.

Izvor: Poslovni.hr, http://www.poslovni.hr/hrvatska/trendovi-ulaganja-graana-u-hrvatskoj-282410

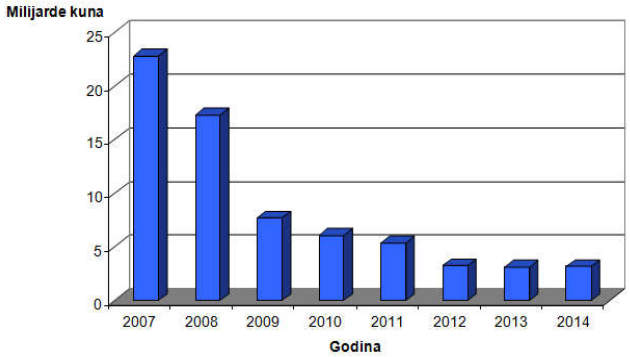
Iz priložene slike vidimo kako ulaganje fizičkih osoba na tržišta kapitala predstavlja vrlo mali udio u ukupnoj financijskoj imovini. Hrvatsko tržište kapitala, kao i ostalih tranzicijskih zemalja relativno je nerazvijeno i susreće se s mnogim problemima. Takva tržišta su uglavnom atribuirana slabim obujmom trgovanja, nedostatkom pravodobnih informacija, visokim transakcijskim troškovima, nelikvidnošću te su objekt manipulacije velikih igrača na tržištu[14]. U svijetu se smatra da su ulaganja u tranzicijske zemlje veoma rizična, ali potencijalno veoma isplativa, te nude prednosti diversifikacije. Investitori u tranzicijske zemlje posebno su oprezni zbog nepredvidivih i brzih promjena političke situacije, zakona vezanih za zaštitu vjerovnika i ulagača, regulatornih ograničenja te promjenama u valutnim tečajevima. Ostali bitni čimbenici za inozemne investitore jesu: upitno funkcioniranje pravne države, korumpiranost, nepouzdanost informacija, plitko i

[14] Barbić, T. 2010., Pregled razvoja hipoteze efikasnog tržišta, *Privredna kretanja i ekonomska politika*, vol. 20, no. 124, studeni 2010. str. 29-62

nelikvidno tržište[15]. Hrvatsko tržište kapitala može se podijeliti na tržište dužničkih vrijednosnih papira i na tržište vlasničkih vrijednosnih papira. U Hrvatskoj jedino tržište kapitala je Zagrebačka burza.

3.2. Hrvatsko tržište vlasničkih vrijednosnih papira

Dionice spadaju u vlasničke vrijednosne papire budući da predstavljaju udio dioničara u vlasništvu dioničkog društva. Karakteristika koja je dionicama dala primat na financijskim tržištima je pravo na njihov prijenos, odnosno slobodnu prodaju. Ovo pravo čini dionice vrlo likvidnim financijskim ulaganje, omogućavajući brzi ulazak i izlazak iz određenih vlasničkih pozicija[16]. Tržište dionica relativno je slabo razvijeno i nelikvidno. Najjači zamah tržište je doživjelo 2007. i 2008. godine nakon što su objavljene inicijalne ponude dionica Hrvatskog Telekoma i Industrije nafte.



Grafikon 1: Redovan promet dionica na Zagrebackoj burzi

Izvor: izracun autora na temelju podataka sa Zagrebacke burze

Promet dionica na Zagrebačkoj burzi smanjuje se iz godine u godinu, a razlog tome je zasigurno nepovjerenje u financijska tržišta nakon svjetske ekonomske krize, ali i strukturi problema s kojima se susreću poduzeća koja kotiraju na burzi. Na tržištu se najžešće trguje dionicama Ine (INA-R-A), Hrvatskog Telekoma (HT-R-A), Riviere Adrie (RIVP-R-A), te u posljednjih nekoliko mjeseci investitorima je zanimljiva dionica Adris grupe (ADRS-P-A).

---

[15]Žiković, S. 2004. *Formiranje optimalnog portfolia hrvatskih dionica i mjerenje tržišnog rizika primjenom VaR metode*, magistarski rad, Ekonomski fakultet Ljubljana, Ljubljana.
[16] Mandir J. 2009., *Tržišta kapitala*, Mate,, Zagreb str 18.

3.3. Zagrebačka burza

Zagrebačka burza osnovana je 1991. godine, kada 25 banaka i 2 osiguravajuća društva osnivaju Zagrebačku burzu koja postaje središte trgovine vrijednosnim papirima u Republici Hrvatskoj. Takvu funkciju Zagrebačka burza ima i danas. Od svojih početaka burza se postepeno razvijala pa se tako broj povezao na pedesetak aktivnih trgovaca, banka i privatnih brokerskih kuća.

U samim početcima trgovina vrijednosnicama odvijala se u dvoranama Zagrebačke burze gdje su se sastajali brokeri koji su podizanjem i spuštanjem drvenih palica davali ponude za izloženu robu. Sustav fizičke trgovine napušten je 1994. godine te je uveden tzv. TEST (telekomunikacijski sustav trgovine) cime dolazi do modernizacije poslovanja. Od tada brokeri više nisu trebali dolaziti i biti fizički prisutni, već su svoje naloge mogli izvršavati elektronski iz svog ureda. Dioničarstvo se od tog trenutka počelo vrlo brzo razvijati što pokazuje podatak da je od 1995. pa do 2000. godine vrijednost tržišta Zagrebačke burze narasla gotovo 10 puta. U Hrvatskoj je od 1993. poslovala i Varaždinska burza, osnovana kao Varaždinsko tržište vrijednosnica. U stručnim krugovima prevladalo je mišljenje da su dva mjesta za trgovanje na domaćem tržištu kapitala previše za malu zemlje kao što je Hrvatska stoga je došlo do spajanja Varaždinske burze sa Zagrebačkom 2007. godine. Razlozi pripajanja bili su postizanje veće transparentnosti, bolja likvidnosti i stabilnije cijene.

Danas na Zagrebačkoj burzi postoje tri kotacije:

- Vodeće tržište,
- Službeno tržište
- Redovno tržište.

Opći uvjeti uvrštenja vrijednosnica na Uređeno tržište su:

- financijski instrument kojim se može trgovati fer, uredno i djelotvorno
- izdavatelj mora biti uredno registriran prema propisima Republike Hrvatske ili države sjedišta izdavatelja
- ispunjenje obveze objave prospekta i drugih informacija sukladno odredbama ZTK-a(Zakon o tržištu kapitala)
- vrijednosnica mora biti slobodno prenosiva

- mora biti osigurana učinkovita namira transakcija

Vodeće tržište najzahtjevniji je tržišni segment koji zahtjeva da javnosti mora biti distribuirano najmanje 25% dionica te da tržišna kapitalizacija iznosi najmanje 100.000.000 kuna. Pri uvrštenju obveznica na Vodeće tržište nominalni iznos mora biti veći od postavljenog minimuma od 1.500.000 kn. Redovito tržište zahtjeva također da 25% bude distribuirano javnosti te da tržišta kapitalizacija bude minimalno 8.000.000 kuna.

Redovito tržište zahtjeva da udio dionica distribuiranih javnosti bude veće od 25% te predstavlja najmanje zahtjevno tržište glede transparentnosti i objave financijskih i drugih izvještaja.

3.4.1 Crobex

CROBEX®[17] je službeni indeks Zagrebačke burze koji se počeo objavljivati 1. rujna 1997. godine. Bazni datum je 1. srpanj 1997. godine a bazna vrijednost 1000 bodova. CROBEX® je indeks vagan na osnovi free float tržišne kapitalizacije, pri čemu je udio pojedine dionice ograničen na 10%. Dionice koje ulaze u CROBEX® moraju ispuniti sljedeće uvjete (Zagrebačka burza, 2014.):

- dionice koje su uvrštene na Uređeno tržište s kojima se trgovalo više od 80% trgovinskih dana u šestomjesečnom razdoblju koje prethodi reviziji
- dionice kod kojih je podnesen prijedlog za otvaranje postupka predstečajne nagodbe, stečajnog postupka ili postupka likvidacije nad izdavateljem, dionice ne mogu ući u sastav indeksa CROBEX®-a
- ako izdavatelj ima više rodova dionica koje zadovoljavaju uvjete za ulazak u CROBEX®, u indeks se se uključiti samo jedan rod dionica i to onaj s većim rangom

U indeks ulazi 25 dionica, a formula po kojoj se izračunava je

$$I_t^J = \frac{M_j(t)}{K_t * M(0)} * 1000 \quad (26)$$

gdje je:

[17] https://hr.wikipedia.org/wiki/CROBEX

- $M_j(t)$ - free float tržišna kapitalizacija dionica koje ulaze u CROBEX na dan t i vrijeme j
- M (0) - free float tržišna kapitalizacija na bazni datum
- K_t - faktor prilagođavanja baze indeksa na dan revizije T

Revizija indeksa obavlja se polugodišnje, točnije svakog trećeg petka u mjesecu ožujku i rujnu, te se primjenjuje od sljedećeg trgovinskog dana.

Grafikon 2: Kretanje CROBEX®-a u zadnjih godinu dana 08.09.2016-08.09.2017 Izvor: Autor na temelju http://zse.hr/default.aspx?id=44101&index=CROBEX

3.3. Formiranje dioničkog porfelja

Dionice na temelju koji će se vršiti daljnja analiza hrvatskog tržišta kapitala su uvrštene u indeks CROBEX10 na Zagrebačkoj burzi. Prilikom odabira dionica koje će ući u sastav CROBEX10 u obzir dolazi 10 dionica iz indeksa CROBEX s najvećom free float tržišnom kapitalizacijom i prometom. Dionice kojima se trgovalo više od 90% ukupnog broja trgovinskih dana u promatranom šestomjesečnom razdoblju. Dionice koje su uvrštene u CROBEX10 zadovoljavaju kriterij likvidnosti, te kriterij broja dana trgovanja i određene free float kapitalizacije. Likvidnost omogućava aktivno upravljanje portfeljem, te je stoga investitor u mogućnosti prodati ili kupiti dionicu u svakom trenutku bez značajnih promjena cijene. Analizirati će se podatci na mjesečnoj razini u periodu od godine dana od 1. mjeseca 2016. do 12. mjeseca 2016 za odabranih 10 dionica.

ADRS-P-A	Adris grupa d.d.	Dionica
ATGR-R-A	Adriatic grupa d.d.	Dionica
ERNT-R-A	Ericsson Nikola Tesla d.d.	Dionica
HT-R-A	HT d.d	Dionica
INA-R-A	Ina d.d	Dionica
KOEI-R-A	Končar elektroindustija d.d.	Dionica
KRAS-R-A	Kraš d.d.	Dionica
LEDO-R-A	Ledo d.d.	Dionica
PODR-R-A	Podravka d.d.	Dionica
RIVP-R-A	Valamar rivijera d.d.	Dionica
ADRS-P-A	Adris grupa d.d.	Dionica
ATGR-R-A	Adriatic grupa d.d.	Dionica

Tablica 1: Odabrane dionice sa Zagrebačke burze

Izvor: Zagrebačka burza

U sljedećoj tablici prikazane su prosječne cijene odabranih obveznica na mjesečnoj razini u odabranom razdoblju.

ADRS-P-A	ATGR-R-A	ERNT-R-A	HT-R-A	INA-R-A	_KOEI-R-A	KRAS-R-A	LEDO-R-A	PODR-R-A	RIVP-R-A
339,86	942,72	1302,67	150,52	3650	689,55	367	8177,5	292,01	19,82
342,41	927,72	1299,09	159,69	3700	704,06	389,98	8150	292,02	20,01
359,16	915,04	1331,08	162,42	3600	698,94	400	7750	305,72	19,12
334,06	895,88	1329,15	162,05	3549,96	680	399,79	7775,71	291,33	19,13
332,98	914,26	1345,97	165,64	3540	705,14	415	7770	319,55	20,63
360,59	899,58	1293,23	154,82	3449,82	675,15	415	8200,01	310,06	20,38
369,7	869,05	1171,25	154,41	3443,57	676,97	454,93	8099,27	309,58	20,46
401,57	891,21	1147,4	154,63	3500	664,91	458,68	8827,37	317,72	22,61
401,31	850,12	1122,25	149,22	3400,89	655,27	436,89	8605,64	321,88	21,47
337,36	835,38	1050,74	140,98	3269,57	678	460,11	8436,25	324,75	21,85
364,47	863	1032,6	147,93	3180,91	695,83	460,75	9495,59	353,62	23,79
370,91	837,66	970,22	142,53	3295,63	674,7	461,45	9360	332,68	24,02
364,73	828,02	1035,78	143,68	2951,36	654,92	492,3	9017	336,78	23,92

Tablica 2. Cijena dionica u portfeljeu

Izvor: Zagrebačka burza

Mjesečni prinosi koje nosi pojedina dionica, kao što je prikazano u tablici 2, izračunati su na temelju cijena dionica iz prethodne tablice.

	ADRS-P-A	ATGR-R-A	ERNT-R-A	HT-R-A	INA-R-A	_KOEI-R-A	KRAS-R-A	LEDO-R-A	PODR-R-A	RIVP-R-A	Prinos porfelja
1.mjesec	0,75%	-1,60%	-0,28%	5,91%	1,36%	2,08%	6,07%	-0,34%	0,00%	0,95%	0,33%
2.mjesec	5,52%	-2,98%	2,16%	7,61%	-1,38%	1,35%	8,61%	-5,37%	4,59%	-3,60%	-2,66%
3.mjesec	-1,72%	-5,10%	2,01%	7,38%	-2,78%	-1,39%	8,56%	-5,04%	-0,23%	-3,54%	-3,19%
4.mjesec	-2,05%	-3,07%	3,27%	9,57%	-3,06%	2,24%	12,29%	-5,11%	9,01%	4,01%	-2,57%
5.mjesec	5,92%	-4,68%	-0,73%	2,82%	-5,64%	-2,11%	12,29%	0,27%	6,00%	2,79%	-1,12%
6.mjesec	8,42%	-8,14%	-10,63%	2,55%	-5,82%	-1,84%	21,48%	-0,96%	5,84%	3,18%	-2,55%
7.mjesec	16,68%	-5,62%	-12,69%	2,69%	-4,20%	-3,64%	22,30%	7,65%	8,44%	13,17%	2,49%
8.mjesec	16,62%	-10,34%	-14,91%	-0,87%	-7,07%	-5,10%	17,43%	5,10%	9,74%	8,00%	-0,18%
9.mjesec	-0,74%	-12,09%	-21,49%	-6,55%	-11,01%	-1,69%	22,61%	3,12%	10,63%	9,75%	-2,43%
10.mjesec	6,99%	-8,84%	-23,23%	-1,74%	-13,76%	0,91%	22,75%	14,94%	19,14%	18,26%	4,16%
11.mjesec	8,74%	-11,82%	-29,46%	-5,45%	-10,21%	-2,18%	22,90%	13,51%	13,04%	19,22%	3,20%
12.mjesec	7,06%	-12,97%	-22,93%	-4,65%	-21,25%	-5,15%	29,37%	9,77%	14,26%	18,80%	-0,70%

Tablica 3: Mjesečni prinosi dionica

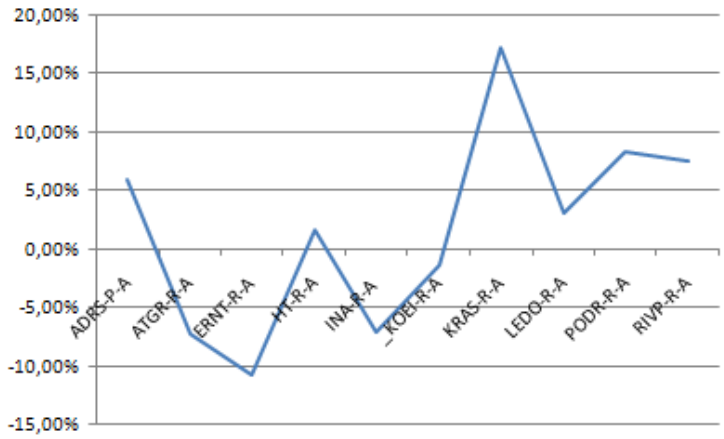
Izvor: Excel izračun autora

Tablica 4. prikazuje očekivani prinos obveznica te njihove varijance i standardne devijacije izračunate iz prinosa iz tablice 3.

	ADRS-P-A	ATGR-R-A	ERNT-R-A	HT-R-A	INA-R-A	_KOEI-R-A	KRAS-R-A	LEDO-R-A	PODR-R-A	RIVP-R-A
Ocekivani prinos	6,02%	-7,27%	-10,74%	1,61%	-7,07%	-1,38%	17,22%	3,13%	8,37%	7,58%
Varijanca	0,37%	0,14%	1,27%	0,27%	0,35%	0,06%	0,50%	0,47%	0,29%	0,63%
Standardna devijacija	6,06%	3,78%	11,28%	5,23%	5,92%	2,46%	7,10%	6,83%	5,40%	7,95%
Kovarijanca	0,000767001	-0,0002393	-0,0016705	-0,0005533	-0,0004371	-6,66323E-05	0,000720544	0,00142464	0,00076919	0,00142686

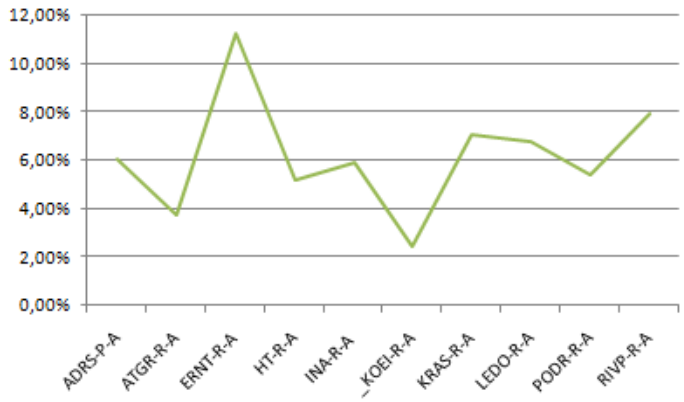
Tablica 4: Ukupni prinosi, varijance, standardne devijacije, kovarijacije dionica

Izvor: Excel izračun autora



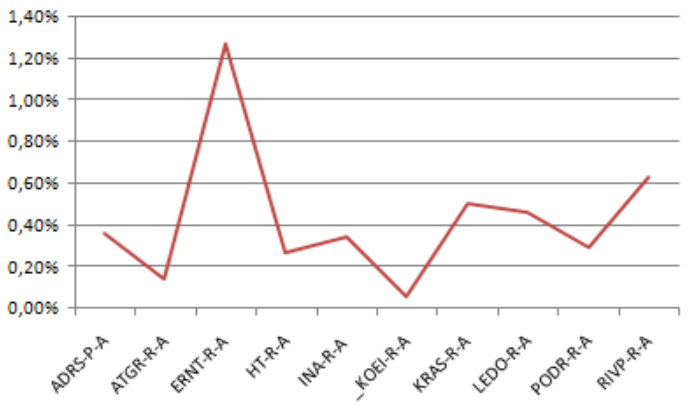
Slika 7. Očekivani prinos dionica

Izvor: Autor prema tablici 6.



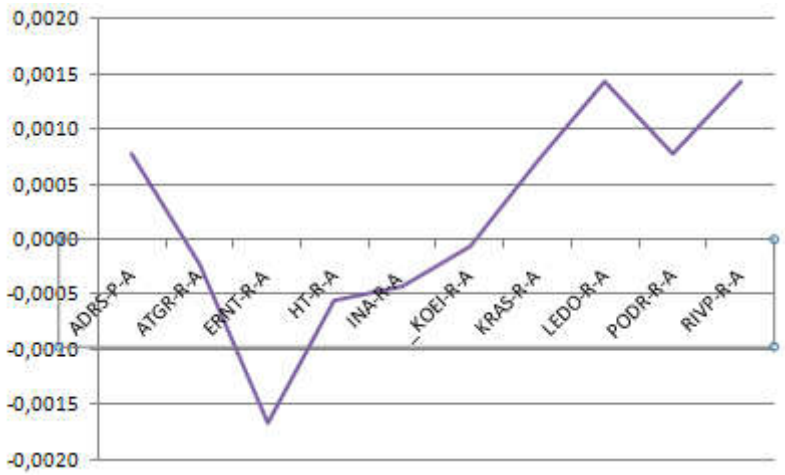
Slika 8. Standardna derivacija

Izvor: Autor prema tablici 6.



Slika 9. Varijanca

Izvor: Autor prema tablici 6.



Slika 10. Kovarijanca

Izvor: Autor prema tablici 6.

	ADRS-P-A	*ATGR-R-A*	*ERNT-R-A*	*HT-R-A*	*INA-R-A*	*_KOEI-R-A*	*KRAS-R-A*	*LEDO-R-A*	*PODR-R-A*	*RIVP-R-A*
ADRS-P-A	0,0037	-0,0007	-0,0029	-0,0010	-0,0007	-0,0010	0,0020	0,0022	0,0011	0,0021
ATGR-R-A	-0,0007	0,0014	0,0039	0,0018	0,0019	0,0006	-0,0023	-0,0018	-0,0014	-0,0022
ERNT-R-A	-0,0029	0,0039	0,0127	0,0056	0,0053	0,0014	-0,0071	-0,0070	-0,0049	-0,0081
HT-R-A	-0,0010	0,0018	0,0056	0,0027	0,0025	0,0007	-0,0030	-0,0028	-0,0020	-0,0033
INA-R-A	-0,0007	0,0019	0,0053	0,0025	0,0035	0,0008	-0,0036	-0,0029	-0,0026	-0,0038

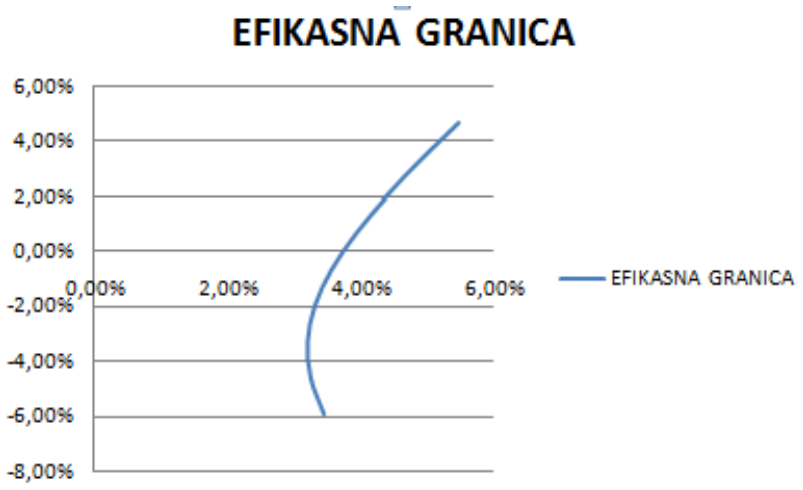
_KOEI-R-A	-0,0010	0,0006	0,0014	0,0007	0,0008	0,0006	-0,0011	-0,0007	-0,0003	-0,0009
KRAS-R-A	0,0020	-0,0023	-0,0071	-0,0030	-0,0036	-0,0011	0,0050	0,0037	0,0031	0,0049
LEDO-R-A	0,0022	-0,0018	-0,0070	-0,0028	-0,0029	-0,0007	0,0037	0,0047	0,0030	0,0051
PODR-R-A	0,0011	-0,0014	-0,0049	-0,0020	-0,0026	-0,0003	0,0031	0,0030	0,0029	0,0038
RIVP-R-A	0,0021	-0,0022	-0,0081	-0,0033	-0,0038	-0,0009	0,0049	0,0051	0,0038	0,0063

Tablica 5: Matrica varijanci i kovarijanci

Izvor: Excel izračun autora

Tablica 5. prikazuje matricu varijanci i kovarijanci koje služi za računanje efikasne granice. Veći broj dionica ima udio u portfelju pri nižim razinama rizika, dok se s povećanjem rizika broj obveznica smanjuje, sve dok portfelj ne bude činila samo jedna dionica koja je najrizičnija, ali nosi i najveći prinos.

Na temelju prethodnih izračuna i korištenjem Excel-ovog alata za rješavanje dobije se niz efikasnih portfelja na temelju kojeg je moguće nacrtati efikasnu granicu koja je prikazana na slici 7.



Slika 11: Efikasna granica dionicaičkog portfelja na hrvatskom tržištu kapitala
Izvor: Izradio autor

Efikasna granica je formirana na temelju različitih kombinacija ulaganja. Ona se sastoji od skupa efikasnih portfelja, odnosno različitih kombinacija ulaganja investitora ovisno o njegovim preferencijama maksimalnog prinosa ili preuzimanja minimalnog rizika. Izbor između portfelja na efikasnoj granici ovisi o tome je li investitor averzan prema riziku pa izabire portfelj s minimalnim rizikom ili je sklon riziku pa želi ostvariti maksimalni profit. Optimalan portfelj je onaj koji uz minimalnu razinu rizika ostvaruje maksimalni profit, odnosno onaj koji nosi maksimalni profit uz zadanu razinu rizika. Iz slike 8. te udjela obveznica uz različite razine rizika, vidljivo je da očekivani prinos raste do određene razine i nakon te razine, bez obzira na povećanje rizika, je isti. Pri nižim razinama rizika zastupljen je veći broj obveznica u portfelju, a s povećanjem rizika broj obveznica se smanjuje dok ne ostane jedna koja je najrizičnija, ali i nosi najveći prinos.

4. ZAKLJUČAK

H. M. Markowitz je postavio temelje moderne teorije portfelja koja se bazira na pronalaženju ravnoteže između prinosa i rizika. Pomoću modela moguće je formirati efikasan portfelj koji daje optimalnu kombinaciju prinos i rizika tj. za najmanji rizik daje najveći prinos te obratno. Ideja modela leži u diversifikaciji portfelja, odnosno da ne treba ulagati samo u jedan instrument već u više njih.

Efikasna granica je formirana na temelju različitih kombinacija ulaganja. Ona se sastoji od skupa efikasnih portfelja, odnosno različitih kombinacija ulaganja investitora ovisno o njegovim preferencijama maksimalnog prinosa ili preuzimanja minimalnog rizika. Izbor između portfelja na efikasnoj granici ovisi o tome je li investitor averzan prema riziku pa izabire portfelj s minimalnim rizikom ili je sklon riziku pa želi ostvariti maksimalni profit. Efikasn portfelj je onaj koji uz minimalnu razinu rizika ostvaruje maksimalni profit, odnosno onaj koji nosi maksimalni profit uz zadanu razinu rizika. Problema na hrvatskom tržištu kapitala ima: od nelikvidnosti, netransparentnosti, visokih transakcijskih troškova do nenormalno distribuiranih prinosa. Iako je Harry Markowitz svoje istraživanje temeljio na razvijenom tržištu kapitala, u ovom radu prikazalo se kako je moguće i na tržištu kapitala tranzicijske zemlje, poput Hrvatske, primijenit osnovne postulate moderne teorije portfelja. U istraživanju se pokazalo kako osim rizika i prinosa pojedinačne dionice u sastavu portfelja, na portfelj utječe i treći bitan element, tj. korelacijska veza izmedu dionica. Možemo zaključiti da teorijske postavke moderne teorije portfelja vrijede i danas, nakon 60 godina od postavljanja njenih temelja.

Na kraju se može zaključiti da Markowitzev model daje zadovoljavajuće rezultate i može se koristiti kao alat pri formiranju efikasng portfelja na hrvatskom tržištu kapitala, a u ovom radu izračunom je dokazano da očekivani prinos raste do određene razine i nakon te razine, bez obzira na povećanje rizika, je isti.

LITERATURA

KNJIGE, ČASOPISI, PUBLIKACIJE

[1] Barbić, T. 2010., Pregled razvoja hipoteze efikasnog tržišta, Privredna kretanja i ekonomska politika, vol. 20, no. 124, studeni 2010.

[2] Ćurak M.,: Materijali s predavanja iz kolegija Ekonomika osiguranja, Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, 2015 [3]Kunovac D. (2010): " *Asimetrične korelacije na tržištu kapitala u Hrvatskoj"*, Odabrani prijevodi br.7/11, Institut za javne financije

[3] Decan E., D'Espallier B., Praet A., Vinck B. (2013): Principles of coroporate finance , Hogeschool-universiteit Brussel,

[4] Kunovac D. (2010): " Asimetrične korelacije na tržištu kapitala u Hrvatskoj", Odabrani prijevodi br.7/11, Institut za javne financije

[5] Mandir J. 2009., Tržišta kapitala, Mate d.o.o.,, Zagreb

[6] Mehmed Alijagić „Upravljanje poslovnim financijama“ skripta Gospić, 2015

[7] Miloš D. (2004): „Perspektive razvoja hrvatskog tržišta korporacijskih obveznica“, Ekonomski fakultet Zagreb, znanstveni članak,

[8] Milovanović-Morić B., Ćurković M. (2014): "Utjecaj svjetske financijske krize naformiranje multisektorskidiverzificiranih optimalnih portfelja uz pomoć Markowitzeve teorije na zagrebačkoj burzi", Ekonomska misao i praksa br. 1.

[9] Orsag S., (2011): „*Vrijednosni papiri*“, Revicon, Sarajevo,

[10] Orsag S., Dedi L. (2014) : „*Tržište kapitala*“, Zagreb, prvo izdanje,

[11] Sabolić D. (2013):"Suvremena teorija portfelja i CAPM model",Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računalstva Zagreb,

[12] Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z., Marasović, B., 2006. „Matematički modeli u financijskom upravljanju“. Split: Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split

[13] Vidučić Lj. (2006) : Financijski menadžment, RRiF, Zagreb,

[14] Žiković, S. 2004. *Formiranje optimalnog portfolia hrvatskih dionica i mjerenje tržišnog rizika primjenom VaR metode*, magistarski rad, Ekonomski fakultet Ljubljana, Ljubljana.

WEB IZVORI

www.pses-inova.hr/pojam/hipotekarne-obveznice/ (28.08.2017.)

www.poslovni.hr/leksikon/cijena -obveznice-1092 (29.08.2017.)

http://www.poslovni.hr/hrvatska/trendovi-ulaganja-graana-u-hrvatskoj-282410 (01.09.2017.)

https://hr.wikipedia.org/wiki/CROBEX (02.09.2017)

http://zse.hr/default.aspx?id=44101&index=CROBEX (02.09.2017)

http://zse.hr/default.aspx?id=9985 (04.09.2017.)

http://zse.hr/default.aspx?id=121 (05.09.2017.)

POPIS TABLICA

Tablica 1: Odabrane dionice sa Zagrebačke burze 21

Tablica 2 : Cijena dionica u portfeljeu 22

Tablica 3: Mjesečni prinosi dionica..... 22

Tablica 4 : Ukupni prinosi, varijance i standardne devijacije dionica..... 23

Tablica 5: Matrica varijanci i kovarijanci dionica 25

POPIS SLIKA

Slika 1: Sistemski i nesistemski rizik u odnosu na ukupni rizik 6

Slika 2: Funkcija korisnosti investitora koji izbjegava rizik 12

Slika 3: Funkcija korisnosti investitora koji izbjegava rizik, investitora koji je indiferentan riziku i investitora koji je sklon riziku..... 13

Slika 4: Skup mogućih portfelja 14

Slika 5: (a) Skup minimalne varijance (b) Efikasna granica 15

Slika 6: Udjeli u financijskoj imovini građana u srpnju 2014. 16

Slika 7 : Očekivani prinos dionica..... 23

Slika 8 : Standardna derivacija 24

Slika 9 : Varijanca 24

Slika 10 : Kovarijanca 24

Slika 11 : Efikasna granica obvezničkog portfelja na hrvatskom tržištu kapitala..... 25

POPIS GRAFIKONA

Grafikon 1: Redovan promet dionica na Zagrebackoj burzi 17

Grafikon 2: Kretanje CROBEX®-a u zadnjih godinu dana 08.09.2016-08.09.2017..... 20