OPTIMIZACIJA PROIZVODNJE U INDUSTRIJI PLASTIČNIH CIJEVI PRIMJENOM DE NOVO PROGRAMIRANJA

Galzina, Gordana

SVEUČILIŠTE U SPLITU

EKONOMSKI FAKULTET

DIPLOMSKI RAD

OPTIMIZACIJA PROIZVODNJE U INDUSTRIJI PLASTIČNIH CIJEVI PRIMJENOM DE NOVO PROGRAMIRANJA

Mentor: **Student:**

Prof. dr. sc. Zoran Babić **Gordana Galzina, 2171201**

Split, rujan 2019.

Sadržaj:

1. UVOD

1.1. Problem istraživanja

Svaka profitna organizacija okrenuta je stjecanju što veće zarade. Bez obzira kojom djelatnošću se pojedino poduzeće bavi, svakako teži uspješnom, financijski stabilnom i profitabilnom poslovanju.

Postizanje ciljeva poduzeća postaje sve teže u vremenu slobodnog tržišta kada raste broj konkurenata, a promjene u svim aspektima poslovanja događaju se sve brže. Glavni cilj poduzeća jest ostvarivanje maksimalnog profita, a i minimiziranje troškova proizvodnje.[1] Kako bi se taj cilj uistinu i ostvario potrebno je optimizirati proizvodnju korištenjem odgovarajućih tehnika i razvojem odgovarajućeg modela.

Optimizacija sustava podrazumijeva pronalaženje vrijednosti određenog kriterija koje su trenutno najbolje, uzimajući u obzir i inpute i outpute sustava. U ekonomiji, ona služi kao osnova i metodologija za donošenje ispravnih odluka nužnih za pronalazak idealnog rješenja.[2] Poduzeća koja se bave primarno proizvodnjom zahtijevaju donošenje pravih odluka u pravo vrijeme kako bi bila konkurentna i opstala na tržištu koje je svakim danom sve veće. Zbog toga, menadžment poduzeća zadužen za proizvodnju treba uspostaviti efikasan plan koji će rješavati praktične probleme i planirati proizvodnju imajući na umu povećanje profita.[3] Operacijski menadžment nerijetko pronalazi rješenja u linearnom programiranju i to u područjima planiranja proizvodnje, kontrole procesa, terminiranja proizvodnje i iskorištavanja sirovina.[4] Metode optimizacije se temelje na razvoju problema pri čemu se analiziraju različite kombinacije rješenja i odabire se ono najpovoljnije rješenje među ponuđenima. [5]

Linearno programiranje jedna je od najčešće korištenih metoda za rješavanje problema poslovnog odlučivanja među kojima je istaknut problem optimizacije. Ono se definira kao grana matematike čiji je glavni cilj postizanje optimalnog sustava uzimajući u obzir zadana ograničenja. Srž rješavanja problema korištenjem linearnog programiranja leži u razvoju i

[1] Sarjono, H., M.L. Salim, A.T. Suprapto (2015): Production planning optimization using de novo programming at ceramics company in Indonesia, OIDA International Journal of Sustainable Development 08:11, str . 57-62.
[2] Brožová, H. & Vlach, M.. (2019): Optimal Design of Production Systems: Metaoptimization with Generalized De Novo Programming. str. 473-480.
[3] Haider, Z., Fareed, R., Tariq, M.B. et al. (2016): Application of Linear Programming for Profit Maximization: A Case of Paints Company, Pakistan. International Journal of Management Sciences and Business Research, Dec-2016 ISSN(2226-8235) Vol-5, Issue 12. str. 144-151.
[4] Khan, I., Bajuri, N., Jadoon, I.A.(2011): Optimal production planning for ICI Pakistan using linear programming and sensitivity analysis. International Journal of Business and Social Science, str. 206-212.
[5] Čerić V., Varga, M. (2004): Informacijska tehnologija u poslovanju, Elemental, Zagreb, str. 86.

primjeni određene funkcije cilja. Ta funkcija je linearna i može se sastojati od više varijabli, a sastavlja se sa ciljem njezina maksimiziranja ili minimiziranja.[6] Za rješavanje problema linearnog programiranja, uobičajeno se koristi Simplex metoda tj. postupak koji pretražuje ekstremne točke „područja mogućih rješenja problema linearnog programiranja."[7]

Optimizacija se može sagledati i iz drugog kuta, ne samo onoga koji podrazumijeva da optimiziramo postojeći sustav, već da oblikujemo novi optimalni sustav. Postiže se uz pomoć De Novo pristupa koji budžetom ograničava količinu pojedinih resursa potrebnih za proizvodnju.[8] Javlja se pitanje kako rasporediti budžet tako da se odredi najbolja kombinacija outputa, ali i inputa.

Ovaj rad se pretežito bavi maksimiziranjem profita u poduzeću Alpro-att d.o.o. uz primjenu koncepata linearnog programiranja i De Novo programiranja. Alpro-att d.o.o. tvrtka je koja je osnovana 1992. godine i primarno je orijentirana na proizvodnju raznih vrsta plastičnih cijevi.[9] Kako bismo razumjeli čitavi proces proizvodnje i nužnih sirovina koje ulaze u isti, potrebno je u kratkim crtama objasniti samu tehnologiju izrade plastičnih cijevi. Naime, postupak prerade plastičnih masa kojim tvrtka Alpro-att d.o.o. proizvodi cijevi, naziva se ekstruzija. Najvažnija sirovina koja ide u proizvodnju plastičnih proizvoda jest plastična masa koja se u obliku praha ili granula ubacuje u cilindar stroja pri čemu se sirovina rastapa. Daljnjim transportiranjem se kroz otvore, plastificira te se, na samom kraju, pretvara u željeni oblik.[10] Za proizvodnju plastičnih cijevi nije potreban veliki broj sirovina pa se uz relevantne podatke može relativno jednostavno minimizirati trošak.

---

[6] Schulze M. A.(1998.):Linear Programming for Optimization, str.1
[7] Čerić V., Varga, M. (2004): Informacijska tehnologija u poslovanju, Elemental, Zagreb, str. 92
[8] Babić, Z., T. Perić, B. Marasović (2017): Production Planning in the Bakery Via De Novo Programming Approach, Proceedings of the 14th International Symposium on Operations Research, SOR '17, Bled, Slovenia, str. 481-486.
9Alpro-att (2019): Tvrtka. Dostupno na: http://www.alpro-att.hr
[10]Plastika Haluža (2019): Ekstruzija. Dostupno na: http://www.plastika-haluzan.hr/ekstruzija/

1.2. Predmet istraživanja

Prije svega, u ovom radu istraživat će se poslovanje i proizvodnja u poduzeću Alpro-att d.o.o. Naglasak se stavlja na sirovine i krajnje proizvode, njihovu količinu, cijenu, budžet, itd. Glavno pitanje na koje će linearno i De Novo programiranje dati odgovor jest koliko jedinica pojedinog proizvoda se treba proizvoditi ukoliko se želi maksimizirati profit poduzeća. U teorijskoj razradi obuhvatit će se osnove i sami pojam ovih dvaju načina optimizacije.

Iz dosadašnje unutarnje evidencije tvrtke Alpro-att d.o.o. prikupljeni su podaci o poslovanju u vidu svih potrebnih parametara, kriterija i ograničenja potrebnih za izradu modela linearnog i De Novo programiranja što će omogućiti njegovu uspješnu primjenu. Problem proizvodnje i maksimizacije profita može se sabrati u linearnu jednadžbu koja će sadržavati sve relevantne varijable. Također, vrlo je važno imati i ograničenja u vidu dostupnih inputa na zalihama, ali i minimalne i maksimalne količine proizvodnje određenog proizvoda.[11]

Veliki broj problema može se riješiti korištenjem matematičkih metoda poput linearnog programiranja. Ono nam može dati jako dobar uvid u trenutačno stanje proizvodnje i načine njezina poboljšanja.[12] Ipak, postoji i novija, razvijenija verzija optimizacije zvana De Novo programiranje koje dizajnira sustav uz ograničenja i budžet, a ne pretpostavlja da su inputi već nabavljeni nego matematičkim metodama dolazi do potrebnih količina svakog pojedinog inputa kako bi se maksimizirao krajnji profit.[13] Na taj način, s budžetom kao ograničenjem, planira njihovu nabavu. Tvrtka je dala podatke za nekoliko proizvoda zajedno sa recepturom, količinom zaliha, izlaznom cijenom, troškovima za svaki pojedini proizvod i sirovinu. Nakon formuliranja modela i rješavanja problema, doći će se do zaključaka koji od navedenih proizvoda i u kojoj mjeri treba proizvoditi.

Za analizu prikupljenih podataka koristit će se računalni program WinQSB.[14]

[11] Haider, Z., Fareed, R., Tariq, M.B. et al. (2016): Application of Linear Programming for Profit Maximization: A Case of Paints Company, Pakistan. International Journal of Management Sciences and Business Research, Dec-2016 ISSN(2226-8235) Vol-5, Issue 12. str. 144-151.
[12] Ibid, str. 144.
[13] Babić, Z. (2017): Modeli i metode poslovnog odlučivanja, Ekonomski fakultet, Split, str. 218.
[14] Ibid, str. 186.

1.3. Ciljevi i svrha istraživanja

Linearno programiranje i De Novo programiranje dva su koncepta optimalnosti pomoću kojih se dolazi do zaključaka o optimalnom načinu korištenja određenih resursa i količini proizvodnje pojedinih proizvoda. Cilj teorijskog dijela rada jest istražiti, objasniti i približiti koncept linearnog i De Novo programiranja kao jednih od najčešće korištenih metoda kod donošenja poslovnih odluka.[15] Nakon što se činjenični dio razradi bitno je da se istraženo primijeni na praktičnom primjeru. Cilj rada i programiranja jest postizanje optimizacije proizvodnje plastičnih cijevi u poduzeću Alpro-att d.o.o. Svrha istraživanja jest da se objasne načini provođenja određenih mjerenja te da se na primjeru industrije koja djeluje u Hrvatskoj dođe do zaključaka kako bi se trebalo rasporediti resurse. Pomoću razvijenog matematičkog modela moguće je odlučiti koje proizvode i u kojoj količini proizvoditi s obzirom na postojeća ograničenja u vidu zaliha i budžeta. Samim time i poduzeće Alpro-att d.o.o. može iskoristiti rezultate istraživanja kako bi potencijalno unaprijedilo svoje poslovanje i povećalo profit. Također, važno je istaknuti relativnu jednostavnost primjene linearnog programiranja u tvrtkama, ali i jednostavnost korištenja programa WinQSB za rješavanje problema.

[15] Čerić V., Varga, M. (2004): Informacijska tehnologija u poslovanju, Elemental, Zagreb, str. 87.

1.4. Metodologija istraživanja

Istraživanje koje će se provesti u ovom diplomskom radu temelji se na podacima iz unutarnje evidencije poduzeća Alpro-att d.o.o.. Rad će sadržavati teorijski i empirijski dio. U teorijskom dijelu koristit će se:[16]

- Induktivna metoda- polazišna točka su pojedinačne činjenice na temelju kojih kojih se dolazi do općeg zaključka. Ključna je kod donošenja zaključaka o provedenom istraživanju.
- Metoda analize- rastavljanje složenijih pojmova na razumljivije i jednostavnije dijelove.
- Metoda deskriptivne sinteze- znanstveno istraživanje temeljeno na spajanju jednostavnih pojmova i zaključaka u složenije cjeline.
- Metoda deskripcije- opis predmeta i pojava na jednostavan i razumljiv način pri čemu se teži objektivnosti i detaljima.
- Metoda kompilacije- „oponašanje drugih“, odnosno, preuzimanje tuđih spoznaja, podataka i zaključaka.
- Komparativna metoda- uočavanje sličnosti i razlika temeljeno na uspoređivanju istih ili sličnih događaja, činjenica, procesa, itd.

U empirijskom dijelu rada, pak, će se koristiti:[17]

- Metoda modeliranja- postupak u kojem se izrađuje „stvarni znakovni model sposoban da zamijeni predmet koji se istražuje“. Teorijski ili apstraktni model u kombinaciji s praktičnim modelom jer će se matematički model primijeniti na stvarnom, praktičnom primjeru.

Koristit će se pristup linearnog programiranja unutar kojega će se raspisati glavna funkcija cilja u vidu maksimiziranja profita tvrtke. Model, odnosno, funkcija cilja imat će devet varijabli tj. devet različitih vrsta cijevi pri čemu je količina potrebnih resursa za proizvodnju svake ograničena stanjem na zalihama. Pri tom, poznat je trošak proizvodnje za komad svake cijevi i njezina prodajna cijena, a samim time, i profit. Kao rezultat, dobit će se optimalne vrijednosti količine proizvodnje za svaki pojedini proizvod, u ovom slučaju, za svaku pojedinu cijev. U aspektu primjene De Novo programiranja za optimizaciju proizvodnje koristit će se cijene resursa potrebnih za proizvodnju i budžet kao ograničenje.

[16] Zelenika, R. (2000): Metodologija i tehnologija izrade znanstvenog i stručnog djela, str. 323-340.
[17] Ibid, str. 347-350.

1.5. Doprinos istraživanja

Doprinos istraživanja usmjeren je na analizu dosadašnjeg poslovanja poduzeća Alpro-att d.o.o. i izradu modela optimalne proizvodnje primjenom koncepata linearnog i De Novo programiranja. Teorijskom razradom želi se probuditi svijest o planiranju proizvodnje i načinima koji omogućuju njezinu optimizaciju. S druge strane, empirijski dio sadrži primjenu pravila programiranja na stvarnom problemu proizvodnje. Naglasak se stavlja na optimalno iskorištavanje resursa i na povećanje profitabilnosti u poduzeću Alpro-att. Na taj se način omogućuje stvaranje dodane vrijednosti kako za njih tako i za ostala poduzeća u Hrvatskoj koja se bave sličnim djelatnostima.

Rezultati istraživanja čine stabilnu podlogu za donošenje poslovnih odluka na osnovu provedenih operacijskih istraživanja koja daju „najbolji slijed odlučivanja."[18] Dugoročno pozitivno poslovanje i stabilno financijsko stanje u proizvodnim poduzećima direktno ovisi o kvalitetnom asortimanu proizvodnje.

[18] Barković, D. (2002) Operacijska istraživanja, Osijek, str. 1.

1.6. Obrazloženje strukture diplomskog rada

Diplomski rad će biti podijeljen u šest poglavlja pri čemu su dva poglavlja čisto teorijska, dva su empirijska i dva su vezana za uvođenje u tematiku rada i krajnje zaključivanje.

Prvo poglavlje je uvodno i u njemu će se razraditi sami predmet i problem istraživanja, ciljevi i svrha, korištena metodologija i doprinos istraživanja te, naposljetku, struktura diplomskog rada s obrazloženjem iste. Uvodni dio služi kao uvertira u kasniju razradu i omogućava lakše razumijevanje svrhe samog rada.

Drugo poglavlje posvećeno je teorijskoj razradi problema linearnog programiranja u kojem će se, na osnovu proučene literature, precizirati njegovi osnovni koncepti. Kao pripadajuće sastavnice, unutar poglavlja će se obraditi osnove Simplex metode, standardni i kanonski problem linearnog programiranja. Na kraju, slijedi i opći problem linearnog programiranja.

Treći dio rada naslanja se na De Novo programiranje uz objašnjenje samog pristupa i s naglaskom na razlike u odnosu na linearno programiranje. Teorijski će se obraditi važne spoznaje o ovoj matematičkoj metodi optimizacije.

Četvrti i peti dio diplomskog rada posvećeni su primjeni svega proučenog na stvarnom primjeru proizvodnje. Četvrti će sadržavati osnovne činjenice o poduzeću čije se poslovanje istražuje, a zatim slijedi formuliranje i razvoj modela linearnog programiranja na primjeru proizvodnje plastičnih cijevi. Nakon formulacije slijedi unošenje modela u računalni program koji će ispisati optimalna rješenja problema.

U petom poglavlju, na osnovu prethodno navedenog modela, razvit će se i model De Novo programiranja koji na jedan drugačiji način sagledava resurse i ograničenja. Provest će se i simulacija problema s promjenjivim cijenama resursa i količinskim popustima. Na kraju, naravno, slijedi interpretacija dobivenih rezultata i donose se određeni zaključci.

Posljednje poglavlje nosi opću sliku čitavog rada. Donose se zaključci o prethodno provedenom istraživanju. Predstavit će se spoznaje do kojih je došlo na temelju izrađenog modela programiranja i dobivenih rezultata.

Na kraju diplomskog rada, navest će se literatura, popis tablica, popis slika i sažetak na hrvatskom i na engleskom jeziku.

2. LINEARNO PROGRAMIRANJE

Linearno programiranje je vrlo značajna metoda matematičkog optimiranja. U području linearnog programiranja postoje brojne modifikacije i tehnike jer se može primijeniti u velikom broju različitih praktičnih problema.[19] Model linearnog programiranja sastoji se od linearne funkcije koja se zove funkcija cilja i od određenog broja funkcija ograničenja. Funkcija cilja se sastoji od određenog broja varijabli i potrebno ju je optimirati, tj. maksimizirati ili minimizirati uz odgovarajuća ograničenja. U praksi se najčešće radi o maksimizaciji profita ili minimizaciji troška. Ograničenja su linearne nejednadžbe s varijablama koje se nalaze u funkciji cilja. U realnim problemima, ograničenja se najčešće javljaju zbog ograničene količine dostupnih sirovina, ograničenog broja sati rada strojeva i radnika.[20]

Može se reći kako je linearno programiranje pojam koji obuhvaća korištenje matematičkih tehnika u svrhu optimizacije ishoda. Pojam „linearno" pretpostavlja postojanje linearnih varijabli tj. varijabli među kojima postoji proporcionalna veza. Pojam „programiranje" odnosi se na iterativni proces u kojem se od početka kreće ka postizanju najboljeg mogućeg rješenja. Model linearnog programiranja služi rješavanju matematičkih problema na način da se uspostave pravila vezana za alokaciju ograničenih resursa unutar strogih tehnoloških i praktičnih ograničenja.[21]

Dakle, cilj modela jest pronalazak optimalne količine proizvoda za proizvodnju koja će maksimizirati profit ili pak minimizirati trošak

Linearno programiranje kao metoda optimizacije, nerijetko se koristi u operacijskom menadžmentu za rješavanje problema poput alokacije resursa i problema transporta i distribucije. Također, koristi se i kao alat pomoću kojega se odabire optimalan izbor između više alternativa.

Metoda koja se koristi za rješavanje problema linearnog programiranja naziva se Simplex metoda. Jedna je od najpoznatijih metoda u tom području i pokazala se vrlo korisnom i efikasnom u praksi, a njezin začetnik je George Dantzig.[22]

[19] Barković, D. (2002) Operacijska istraživanja, Osijek, str. 9.
[20] Haider, Z., Fareed, R., Tariq, M.B. et al. (2016): Application of Linear Programming for Profit Maximization: A Case of Paints Company, Pakistan. International Journal of Management Sciences and Business Research, Dec-2016 ISSN(2226-8235) Vol-5, Issue 12, str. 144-151.
[21] Ibid, str 144.
[22] Babić, Z. (2010.): Linearno programiranje, Ekonomski fakultet, Split, str. 121.

Postoje četiri koraka Simplex metode pri čemu se sa svakim korakom rješenje unaprjeđuje. Prvi korak odnosi se na konstruiranje početnog mogućeg rješenja, a nakon toga se testom utvrđuje je li dobiveno rješenje optimalno. Ukoliko nije, Simplex daje smjernice za postizanje boljeg rješenja nakon čega se s konačno mnogo koraka postiže optimalno rješenje ako ono postoji.[23]

Model linearnog programiranja nekada je teško primijeniti u stvarnim situacijama zbog njegove pretpostavke o proporcionalnosti. Nerijetko se nailazi na problem različitih cijena sirovina zbog čega je teško primijeniti pravila linearnog programiranja.[24]

Za početak, potrebno je definirati problem matematičkog programiranja u kojem se radi o određivanju minimuma ili maksimuma neke funkcije *f* s n varijabli.[25]

$$\mathrm{Max(Min)}\{f(x_1,x_2,\ldots,x_n)|X\in S\} \qquad (1)$$

X je vektor iz prostora R^n s komponentama u vidu n varijabli, tj.

$$X=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_3 \end{bmatrix} \qquad (2)$$

Vektor X pripada skupu S, $S \subseteq R^n$ koji predstavlja skup svih mogućih rješenja, dok je f funkcija cilja. Vektor X može biti bilo koji vektor iz prostora R^n , a ukoliko je $S=R^n$ tada se radi o optimizaciji bez ograničenja.[26] Pri tom, f mora biti numerička ili vektorska funkcija.

Problem (1) je problem linearnog programiranja kada je funkcija $f(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ linearna i kada su ograničenja koja definiraju skup S također linearna.[27]

---

[23] Ibid.
[24] Babić, Z., T. Perić, B. Marasović (2017): Production Planning in the Bakery Via De Novo Programming Approach, Proceedings of the 14th International Symposium on Operations Research, SOR '17, Bled, Slovenia, str. 481-486.
[25] Babić, Z. (2010.): Linearno programiranje, Ekonomski fakultet, Split, str. 70.
[26] Ibid.
[27] Ibid.

2.1. Standardni problem

Standardni problem može biti problem minimuma i maksimuma kada je u pitanju linearno programiranje. Problemi proizvodnje u kojima se maksimizira profit uz zadana ograničenja predstavljaju klasičan problem linearnog programiranja koji se naziva standardni problem maksimuma. On ima n varijabli i m ograničenja. Sva ograničenja, izuzev uvjeta nenegativnosti, su „≤" tipa. U slučaju kada postoji n varijabli, maksimizira se:[28]

$$\mathrm{Max}\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad (3)$$

Uz sljedeća ograničenja:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \le b_i,\ i=1,2,\dots,m \qquad (4)$$

Također, potrebno je zadovoljiti i sljedeći uvjet nenegativnosti:

$$x_j \ge 0,\ j=1,2,\dots,n \qquad (5)$$

Ovaj se problem može vrlo jednostavno prikazati i u matričnom obliku:

$$\mathrm{Max} C^T X \qquad (3')$$

$$AX \le B \qquad (4')$$

$$X \ge 0 \qquad (5')$$

gdje je:

$$X=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix},\ A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \qquad (6)$$

Vektor X je tipa (n,1), dok su vektori C i B tipa (n, 1) te (m,1) redom. A je matrica sustava ograničenja tipa (m,n).

[28] Ibid, str. 70-71.

Mogući vektor ili moguće rješenje problema linearnog programiranja jest vektor koji zadovoljava uvjete (4) i (5). Ukoliko ne postoji barem jedan takav vektor, problem linearnog programiranja nije moguć. Svi vektori koji zadovoljavaju navedene uvjete čine sljedeći skup mogućih rješenja :[29]

$$S=\{X\in R^n / AX\leq B,\ X\geq 0\} \qquad (7)$$

Ako postoji mogući vektor, on je optimalan kada maksimizira linearnu funkciju (3). X* je optimalan ako vrijedi:[30]

$$C^T X^* = \mathrm{Max} C^T X,\ \ X\in S \qquad (8)$$

Kod svakog problema maksimuma postoji i problem minimuma koji se naziva dualom početnog problema. Također, ukoliko je početni problem bio problem minimuma, on ima svoj dual u vidu problema maksimuma. U standardnom problemu minimuma sva ograničenja su tipa „≥“.

2.2. Kanonski problem

Problem linearnog programiranja u kojemu su sva ograničenja, osim uvjeta nenegativnosti, u obliku jednadžbi naziva se kanonski problem linearnog programiranja. U standardnom su modelu maksimuma sva ograničenja bila nejednadžbe i to tipa „≤“. Opći oblik kanonskog problema linearnog programiranja je:[31]

$$\mathrm{Max(Min)}\ C^T X \qquad (9)$$

$$AX=B \qquad (10)$$

$$X\geq 0 \qquad (11)$$

Realcija (9) predstavlja funkciju koju je potrebno optimirati tj. maksimizirati ili minimizirati, (10) su ograničenja u obliku jednadžbi, a (11) je uvjet nenegativnosti.

Svako rješenje kanonskog problema je ujedno i rješenje standardnog problema i obrnuto. Ove dvije vrste problema linearnog programiranja su ekvivalenti jer se jedan uvijek može transformirati u drugi problem. Samim time, rješenje jednog problema je ujedno i rješenje

[29] Ibid, str. 72.
[30] Ibid.
[31] Ibid, str. 88.

drugog. Transformacija kanonskog problema u standardni problem linearnog programiranja moguća je ako se uvjet (10) zamijeni s:[32]

$$AX \leq B \qquad (12)$$
$$-AX \leq -B$$

Kanonski problem pretvoren je u standardni jer ova dva uvjeta zapravo daju početni uvjet koji je potrebno zadovoljiti, a to je $AX = B$.

S druge strane, ukoliko se standardni problem želi pretvoriti u kanonski problem tada je nejednadžbu (4) potrebno zamijeniti s:

$$AX + U = B \qquad (13)$$

Dodan je vektor U na lijevu stranu jednadžbe koji mora biti nenegativan. Taj se vektor naziva vektor dodatnih ili oslabljenih varijabli i tipa je (m,1). Oslabljene varijable se ili ne dodaju u funkciju cilja ili su jednake nuli kako ne bi utjecale na optimalno rješenje problema linearnog programiranja.[33]

U kanonski problem se može transformirati i standardni problem minimuma:[34]

$$\mathrm{Min} Y^T B \qquad (14)$$

$$Y^T A \geq C^T \qquad (15)$$

$$Y \geq 0 \qquad (16)$$

Da bi se dobila jednadžba, potrebno je kod ograničenja (15) oduzimati neku nenegativnu veličinu jer je lijeva strana veća ili jednaka desnoj. Stoga, u zamjenu za relaciju (15) imamo relaciju (17) i uvjet (18):

$$Y^T A - V^T = C^T \qquad (17)$$

$$V \geq 0 \qquad (18)$$

[32] Ibid, str. 89.
[33] Ibid.
[34] Ibid, str. 90.

U standardnom problemu postoji n nejednadžbi zbog čega je vektor oslabljenih vrijednosti V sada tipa (n,1). S obzirom da komponente tog vektora pokazuju koliko je lijeva strana ograničenja veća od desne, one se nazivaju i varijable viška.[35]

2.3. Opći problem linearnog programiranja

Opći problem linearnog programiranja razlikuje se od standardnog zbog toga što se u istom problemu mogu javiti jednadžbe i ograničenja tipa „=", „≤" i „≥". Ovaj problem može biti i problem minimuma i maksimuma.[36] Varijable mogu, ali ne moraju nužno imati ograničenja nenegativnosti. Prije svega, važno je naglasiti kako je M skup indeksa za ograničenja, a N skup indeksa svih nepoznanica: [37]

$$M=\{1,2,\ldots,m\} \qquad (19)$$

$$N=\{1,2,\ldots,n\} \qquad (20)$$

Neka je $S \subseteq M$ pri čemu se u M nalaze indeksi svih ograničenja tipa „≤", a u komplementu tog skupa su indeksi ograničenja koji su jednadžbe, tj.

$$^{C}S = M \setminus S \qquad (21)$$

Neka je $T \subseteq N$ pri čemu se u N nalaze indeksi onih varijabli koje imaju ograničenje nenegativnosti, a u komplementu tog skupa su indeksi svih varijabli koje nemaju ograničenje nenegativnosti, tj.

$$^{C}T = N \setminus T \qquad (22)$$

Ako nadalje, A^i predstavlja i-ti stupac matrice A (i=1,2,…,m), a A_j predstavlja j-ti stupac matrice A (j=1,2,…,n), problem se može prikazati u matričnom obliku: [38]

$$\mathrm{Max}C^TX \qquad (23)$$

$$A^iX \le b_i\ ,\ i \in S \qquad (24)$$

$$A^iX = b_i\ ,\ i \in {}^{C}S \qquad (25)$$

---

[35] Ibid.
[36] Ibid, str. 107-108.
[37] Ibid, str. 109
[38] Ibid.

$x_j \geq 0$, $j \in T$ (26)

U slučaju da su S = M i T = N, ovaj problem postaje standardni. Nasuprot tome, problem postaje kanonski kada je S= ∅, što znači da nema nejednadžbi.

Naravno, opći problem linearnog programiranja ima svoj dual:[39]

$$\mathrm{Min} Y^T B \quad (27)$$

$$Y^T A_j \leq c_j \text{ , } j \in T \quad (28)$$

$$Y^T A_j = c_j \text{ , } j \in {}^C T \quad (29)$$

$$x_j \geq 0 \text{ , } i \in S \quad (30)$$

Jedno ograničenje dualnog problema odgovara svakoj varijabli originalnog problema. Ovisno o tome je li varijabla x_j u originalu imala ograničenje nenegativnosti mijenjaju se ograničenja u dualu problema. Primjerice, ako je u originalu varijabla x_j imala ograničenje nenegativnosti tada će to ograničenje u dualu biti „≥“, a ako varijabla u originalu nije imala ograničenje nenegativnosti tada će ograničenje u dualu biti jednadžba. Sukladno tome, ako je ograničenje u originalu tipa „≤“, odgovarajuća varijabla u dualu ima ograničenje nenegativnosti. Ako je jednadžba bila ograničenje u originalnom problemu, odgovarajuća varijabla tada nema ograničenje nenegativnosti u dualu.[40]

[39] Ibid, str. 110.
[40] Ibid.

3. DE NOVO PROGRAMIRANJE

De Novo programiranje predstavlja poseban pristup optimizaciji u kojem se umjesto koncepta optimizacije danog sustava teži ka „dizajniranju“ optimalnog sustava.[41]

Dok su kod linearnog programiranja resursi unaprijed definirani, De Novo pristup ne ograničava resurse. Vrlo važan element De Novo programiranja je budžet tj. dostupna količina novca. Većina potrebnih resursa nabavlja se po određenim cijenama, a maksimalna količina resursa ograničena je budžetom. Ukoliko se nabavi još više novca za budžet, ovaj model može odrediti način kako optimirati sustav sukladno povećanju budžeta. Ovakav pristup optimizaciji proizvodnje uveo je i razvio Milan Zeleny koji slovi za jednog od utemeljitelja višekriterijalnog odlučivanja.[42]

Za razliku od linearnog programiranja, u model De Novo programiranja se vrlo jednostavno mogu uključiti promjene cijena, rastući troškovi sirovina, količinski popusti, tehnološki koeficijenti, itd.[43]

Razlike De Novo formulacije u odnosu na tradicionalni pristup modelu proizvodnje:[44]

1. U De Novo modelu su maksimalne količine resursa ograničene budžetom, dok su u modelu proizvodnje resursi ograničeni na određenu količinu.
2. Prije nabavke resursa, napravljena je analiza u De Novo modelu pa se nabavka može kontrolirati. Sve kombinacije nabavke resursa su moguće i resursi su „djeljivi“ pa se mogu nabaviti u bilo kojoj količini. Pretpostavka koja upravlja tradicionalnim modelom proizvodnje zapravo ne postoji pa se potrebni resursi mogu nabaviti u minimalnoj količini u odnosu na kapacitete strojeva.
3. U De Novo modelu cijene resursa temelje se na stvarnim nabavnim troškovima. Višak resursa u ovom slučaju ne postoji s obzirom na to da se resursi nabavljaju u točno potrebnim količinama. S druge strane, u modelu proizvodnje mogu postojati viškovi, ali i resursi koji su u potpunosti potrošeni pa predstavljaju uska grla proizvodnje.

---

[41] Babić, Z., T. Perić, B. Marasović (2017): Production Planning in the Bakery Via De Novo Programming Approach, Proceedings of the 14th International Symposium on Operations Research, SOR '17, Bled, Slovenia, str. 481-486.
[42] Babić, Z. (2017): Modeli i metode poslovnog odlučivanja, Ekonomski fakultet, Split, str. 218.
[43] Babić, Z., T. Perić, B. Marasović (2017): Production Planning in the Bakery Via De Novo Programming Approach, Proceedings of the 14th International Symposium on Operations Research, SOR '17, Bled, Slovenia. str. 481-486.
[44] Babić, Z. (2017): Modeli i metode poslovnog odlučivanja, Ekonomski fakultet, Split, str. 221-222.

4. Ograničenje budžeta glavno je svojstvo De Novo programiranja i on predstavlja zajednički nazivnik svih resursa.
5. Nakon rješavanja De Novo problema, ne postoje gubici ili neiskorišteni resursi. Nakon dizajniranja optimalnog sustava sa potrebnom količinom resursa, određuju se potrebne količine zaliha, novca i vrijednosti kapaciteta strojeva.

Karakteristike modela De Novo programiranja su:[45]

1. De Novo će voditi do sustava dizajniranog na način da se proizvodi samo jedan, najprofitabilniji proizvod ukoliko postoji neograničena potražnja za finalnim proizvodima sa konstantnim cijenama.
2. Ako nema ograničenja potražnje povećanje ili smanjenje budžeta utjecat će samo na količinu proizvodnje najprofitabilnijeg proizvoda u modelu.
3. Kada je u pitanju ograničena potražnja za finalnim proizvodom, tada De Novo teži proizvodnji najviše moguće količine najprofitabilnijeg proizvoda. Nakon što je došao do maksimuma ide na sljedeći proizvod po profitabilnosti i ponavlja postupak sve dok ne iscrpi čitavi budžet.

[45] Ibid, str. 222.

3.1. Formulacija problema

Za problem proizvodnje koristi se sljedeći tradicionalni jednokriterijalni model linearnog programiranja. Sastoji se od funkcije cilja:[46]

$$\text{Max } z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \qquad (31)$$

uz ograničenja:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \leq b_2 \qquad (32)$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x \geq 0 \text{ , } j=1,2,\ldots,n \qquad (33)$$

Pri čemu su:

x_j, (j=1,2,…,n) – skup varijabli odluke gdje svaki x_j predstavlja nivo aktivnosti *j*-tog proizvoda;

z – mjera koristi ili dostizanja cilja;

c_j – koeficijenti doprinosa danom cilju po jedinici *j*-te aktivnosti;

a_{ij} – količina resursa *i* upotrjebljena za jednu jedinicu *j*-te aktivnosti;

b_i – dana raspoloživost *i*-tog resursa (*i*=1,2,…,m).

Formulacija problema sadrži odluku o programu proizvodnje gdje se kroz skup ograničenja pretpostavlja raspoloživa količina resursa b_i. S druge strane, De Novo formulacija modela problem optimizacije razmatra u sistemskom, sljedećem obliku:[47]

$$\text{Max } z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \qquad (34)$$

Uz ograničenja:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = x_{n+1}$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = x_{n+2} \qquad (35)$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

[46] Ibid, str. 218.
[47] Ibid, str. 219.

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = x_{n+m}$$

$$p_1 x_{n+1} + p_2 x_{n+2} + \ldots + p_m x_{n+m} \leq B \qquad (36)$$

$$x \geq 0\ ,\ j = 1,2,\ldots,n;\ i = 1,2,\ldots,m \qquad (37)$$

Pri čemu su:

x_{n+i} – skup varijabli odluke koje predstavljaju nivo *i*-tog resursa koji treba nabaviti;

p_i – cijena jedinice *i*-tog resursa;

B – ukupno raspoloživi budžet za dani sistem.

Tretman resursa je ono što razlikuje prethodna dva modela pri čemu oni u De Novo formulaciji problema postaju varijable odluke x_{n+i}. Model daje ideju o tome na koji način koristiti resurse kroz dani budžet pa se njime određuje optimalni proizvodni program i u smislu outputa i u smislu potrebnih inputa.

Uz dane tržišne cijene p_i za *i*-ti resurs i v_j tj. jedinični varijabilni trošak proizvodnje *j*-tog proizvoda, rješavanje De Novo modela može se pojednostavniti supstituiranjem za x_{n+i} jednadžbi (35) u jedinstvenu jednadžbu budžeta:[48]

$$p_1 a_{1j} + p_2 a_{2j} + \ldots + p_m a_{mj} = v_j,\ j=1,2,\ldots,n. \qquad (38)$$

Slijedi:

$$v_j = \sum_{i=1}^{m} p_i a_{ij},\quad j=1,2,\ldots,n. \qquad (39)$$

Pri čemu je:

a_{ij} – količina resursa *i* korištena za proizvodnju jedinice *j*-tog proizvoda;

p_i – jedinična cijena *i*-tog resursa;

v_{ji} – ukupni trošak svih resursa iskorištenih za proizvodnju jedne jedinice *j*-tog proizvoda.

De Novo model se može preformulirati u jednostavniji odliku koristeći prethodnu relaciju. Kada se uvrsti relacija (35) u (36) dobiva se:

$$p_1(a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n) + p_2(a_{21}x_1 + \ldots + a_{2n}x_n) + \ldots + p_m(a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n) \leq B$$

[48] Ibid.

tj.

$$\left(p_1 a_{11} + p_2 a_{21} + \ldots + p_m a_{m1}\right)x_1 + \left(p_1 a_{12} + p_2 a_{22} + \ldots + p_m a_{m2}\right)x_2 + \ldots + \left(p_1 a_{1n} + p_2 a_{2n} + \ldots + p_m a_{mn}\right)x_n \leq B$$

odnosno:

$$v_1 x_1 + v_2 x_2 + \ldots + v_n x_n \leq B$$

Stoga se model (34)-(37) jednostavnije prikazuje u obliku:

$$\text{Max } z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n \qquad (40)$$

Uz ograničenja:

$$v_1 x_1 + v_2 x_2 + \ldots + v_n x_n \leq B \qquad (41)$$

$$x \geq 0 \text{ , } j=1,2,\ldots,n \qquad (42)$$

Model De Novo sada ima samo jednu funkciju cilja i jedno ograničenje u vidu budžeta, stoga, u izostanku drugih ograničenja rješavanje modela je poprilično jednostavno.[49]

Postupak rješavanja je sljedeći:

1. Potrebno je odrediti $\underset{j}{\text{Max}} \left(c_j / v_j \right)$

Ako je maksimizacija profita funkcija cilja, omjer (c_j / v_j) označava profitabilnost *j*-tog proizvoda i on kao optimalno rješenje daje najprofitabilniji proizvod.

2. Ako maksimalni omjer (c_j / v_j) ima k-ti proizvod potrebno je izračunati količinu tog najprofitabilnijeg proizvoda koju treba proizvesti:[50]

   $x_k^* = B/v_k$

Na taj se način sav raspoloživi budžet troši na proizvodnju najprofitabilnijeg proizvoda $x_{k\,i}$ pri čemu je, u ovom slučaju, količina proizvodnje diktirana isključivo budžetom.

Nasuprot tome, mogu postojati i ograničenja potražnje za svaki proizvod pa se De Novo model rješava na sljedeći način:[51]

1. Potrebno je odrediti $\underset{j}{\text{Max}} \left(c_j / v_j \right)$

[49] Ibid, str. 220.
[50] Ibid, str. 221.
[51] Ibid, str. 221.

2. Pod pretpostavkom da je (c_k / v_k) maksimalan omjer, određuje se x_k na način da ne premašuje ograničenje potražnje ili maksimum dozvoljen budžetom.
3. Sljedeći proizvod po profitabilnosti se izabire ukoliko nije potrošen čitavi budžet u proizvodnji proizvoda x_k, tj.

$$\max_{j} (c_j / v_j), \text{ gdje } j \neq k.$$

4. Nakon toga, potrebno se vraćati na korak 2 dok se ne iscrpi čitavi budžet.

Kako bi se izračunale potrebne količine sirovina x_{n+i} , koristi se relacija (35).

3.2. Efekti višestrukih cijena

Resurse nije uvijek moguće nabavljati po istim cijenama zbog toga što se oni mogu nabavljati iz različitih izvora. Ukoliko poduzeće treba pribaviti veće količine sirovine može ih nabaviti kod drugog dobavljača najčešće po višim cijenama. Moguću nabavku po višim cijenama potrebno je uključiti u De Novo model. Ako se u nabavci sirovina do određene količine plaća po jednoj cijeni, a sve veće količine se nabavljaju po višoj cijeni, taj se efekt naziv rastućim troškovima sirovina.[52] Takva situacija se može pojaviti ako se povećavaju troškovi poslovanja uzrokovani promidžbom potrebnom za osvajanje novih tržišta.

Postoji i povoljnija opcija u kojoj se za veće nabavke sirovina može ostvariti i količinski popust. Ako se resurs tj. sirovina nabavlja u količini koja je veća od neke određene količine, ostvaruje se popust na čitavu nabavku. Dakle, sirovine se nabavljaju po nešto nižim cijenama.[53]

3.2.1. Rastući troškovi sirovina

Ako postoje, u De Novo model moraju se uključiti rastući troškovi sirovina na način da se koristi jednostavan model:[54]

$$\text{Max} z = c_1 x_1 + c_2 x_2 \tag{43}$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \tag{44}$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \tag{45}$$

$$p_1 b_1 + p_2 b_2 \le B \tag{46}$$

$$x_j, b_i \ge 0 \tag{47}$$

Uz pretpostavku da samo za $b_2 \le Q$ cijena druge sirovine je p_2 pri čemu je Q količina druge sirovine iznad koje raste njezina cijena. Cijena p_3 je veća cijena koju je potrebno platiti da dodatnu količinu sirovine (> Q).

[52] Babić, Z., T. Perić, B. Marasović (2017): Production Planning in the Bakery Via De Novo Programming Approach, Proceedings of the 14th International Symposium on Operations Research, SOR '17, Bled, Slovenia, str. 481-486.
[53] Babić, Z. (2017): Modeli i metode poslovnog odlučivanja, Ekonomski fakultet, Split. str. 249.
[54] Ibid, str. 238.

Ako je:

b_3 – količina druge sirovine koja se nabavlja iz skupljeg izvora;

p_3 – cijena druge sirovine ukoliko se ona nabavlja iz skupljeg izvora; i

s_j – prodajna cijena *j*-tog proizvoda.

Tada model De Novo programiranja s rastućim troškovima sirovina ima sljedeći oblik:

$$\text{Maxz}= s_1x_1+ s_2x_2 - (p_1b_1 + p_2 b_2 + p_3b_3) \qquad (48)$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \qquad (49)$$

$$a_{21}x_1+ a_{22}x_2 = b_2+b_3 \qquad (50)$$

$$p_1b_1 + p_2b_2 + p_3b_3 \leq B \qquad (51)$$

$$b_2 \leq Q \qquad (52)$$

$$x_j, b_i \leq Q \qquad (53)$$

Kada se usporede prethodna dva modela može se zaključiti da se u modelu rastućih troškova sirovina razdvaja upotreba druge sirovine u dvije varijable. Prva varijabla je b_2 i ona označava količinu potrebne sirovine koja se nabavlja po nižoj cijeni, a druga varijabla je b_3 tj. količina sirovine koja se nabavlja po višoj cijeni odnosno iz skupljeg izvora. Zbog različitih cijena jedne sirovine, prihod po jedinici gotovih proizvoda više nije konstantan. Stoga se jednadžba profita (48) proračunava kao razlika između prihoda i ukupnih troškova za materijal.[55]

Kako bi b_3 iznosio više od nula, b_2 mora dostići maksimalnu vrijednost od Q. Ekvivalentnost maksimizacije profita i prihoda u De Novu postiže se ukoliko je čitavi budžet iskorišten. Ova tvrdnja se dokazuje na sljedeći način[56]:

$$\text{Maxz}= s_1x_1+ s_2x_2 - (p_1b_1 + p_2 b_2 + p_3b_3)$$

Funkcija se reducira na:

$\text{Maxz}=s_1x_1+ s_2x_2$, ako je $(p_1b_1 + p_2 b_2 + p_3b_3)$ konstantan.

[55] Ibid, str. 239.
[56] Ibid, str. 239

Prema tome, maksimizacija profita i prihoda su komplementarne u slučaju da se budžet iskoristi u potpunosti gdje je $p_1b_1 + p_2 b_2 + p_3b_3 = B$.

3.2.2. Količinski popusti

Suprotno slučaju u kojem su troškovi sirovina rasli, postoje i slučajevi u kojima se na veće narudžbe mogu ostvariti tzv. količinski popusti. Njih je, ukoliko postoje, potrebno uvrstiti u De Novo model. Taj model se naziva De Novo modelom s količinskim popustima. Jednostavni proizvodni model ima sljedeći oblik:[57]

$$\text{Max} z = s_1x_1 + s_2x_2 \tag{54}$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \tag{55}$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \tag{56}$$

$$p_1b_1 + p_2b_2 \leq B \tag{57}$$

$$x_j, b_i \geq 0 \tag{58}$$

Pretpostavka je da je p_2 cijena resursa b_2 ako je $b_2 < Q$. Cijena p_3 je niža, diskontna cijena istog resursa pri čemu se ona pojavljuje za čitavu količinu ako se taj resurs nabavlja u količini većoj od Q. Vrijedi da je $p_3 < p_2$.

Formulacija novog modela je nužna jer bi se korištenjem prethodnog koristio samo jeftiniji materijal s obzirom na to da nije postignuta tražena kvota Q. Sada model ima sljedeći oblik:[58]

$$\text{Max} z = s_1x_1 + s_2x_2 - p_1b_1 - p_2b_2 - p_3b_3 \tag{59}$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \tag{60}$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 + b_3 \tag{61}$$

$$b_2 - Q^{*}y_1 \leq 0 \tag{62}$$

$$b_3 - Qy_2 \geq 0 \tag{63}$$

$$b_3 - My_2 \leq 0 \tag{64}$$

[57] Ibid, str. 249.
[58] Ibid.

$$p_1 b_1 + p_2 b_2 + p_3 b_3 \leq B \qquad (65)$$

$$y_1 + y_2 = 1 \qquad (66)$$

$$x_j, b_i \leq Q \; ; \; y_1, y_2 = 0 \text{ ili } 1 \qquad (67)$$

Pri čemu su:

b_2 – količina resursa tipa 2 ako se on nabavlja u količini manjoj od one za koju se dobiva popust;

b_3 – količina resursa tipa 2 ako se on nabavlja uz količinski popust;

p_3 – diskontna cijena za nabavku resursa tipa 2 ($p_3 < p_2$);

M – jako veliki pozitivan broj ($M \gg 0$) ili gornja granica za nabavku druge sirovine;

Q^* – broj koji je neznatno manji od Q; i

y_1, y_2 – 0-1 varijable.

Potrebno je riješiti problem međusobne isključivosti varijabli b_2 i b_3. Ako nema količinskog popusta, tada je $b_3 = 0$ i vrijedi relacija da je $b_2 < Q$ jer je potrebna količina sirovine manja od one za koju se ostvaruje popust. Isto tako, ako nema količinskog popusta, tada je $b_2 = 0$ i vrijedi relacija da je $b_3 \geq Q$. Trebaju se uvesti tri nova ograničenja i to (62),(63),(64) i dvije binarne varijable y_1 te y_2.

U slučaju da je $y_1 = 1$ tada je $y_2 = 0$. Stoga relacije (62),(63) i (64) postaju:[59]

$b_2 \leq Q^*$

$b_3 \geq 0$

$b_3 \leq 0.$

Sukladno navedenim relacijama, vidljivo je kako je $b_3 = 0$, dok je b_2 striktno mani od granice Q (Q^* neznatno manji od Q).

[59] Ibid, str. 250.

S druge strane, u slučaju da je $y_2 = 1$ tada je $y_1 = 0$ pa relacije (62),(63) i (64) postaju:

$b_2 \leq 0$

$b_3 \geq Q$

$b_3 \leq M$.

Da je $b_2 = 0$ osigurava uvjet nenegativnosti na tu varijablu i uvjet da je $b_2 \leq 0$. Varijabla b_3 je tada jednaka ili veća od količine Q tj. granice popusta i manja od M.

4. PRIMJENA LINEARNOG PROGRAMIRANJA NA PRIMJERU PROIZVODNJE PLASTIČNIH CIJEVI

4.1. Alpro-att d.o.o.

Tvrtka Alpro-att d.o.o. osnovana je 1992. godine i specijalizirana je za proizvodnju cijevi i spojnih dijelova iz polimernih materijala. U Trogiru se nalazi njezino sjedište, dok je proizvodno skladišni centar u Zaprešiću koji je otvoren 2009. godine. Svoje poslovnice otvorili su u Rijeci te Osijeku, a sama tvrtka broji nešto više od 90 zaposlenih. U Republici Hrvatskoj je vodeći proizvođač cijevi i spojnih dijelova iz plastičnih masa. Trenutni instalirani kapacitet iznosi 18860 tona i moguće ga je postići u automatiziranom procesu proizvodnje. Proces započinje od skladištenja i pripreme sirovina preko proizvodnje do skladištenja samih finalnih proizvoda.[60]

Tvrtka je primarno orijentirana na proizvodnju PVC materijala, ali i novih termoplastičnih materijala PE i PP. U vlastitom pogonu proizvode:[61]

1. Cijevi i spojne dijelove za kućnu kanalizaciju
2. Cijevi za uličnu kanalizaciju
3. Drenažne PVC cijevi
4. Cijevi za kabelsku zaštitu
5. PEHD cijevi za vodovod i dvoslojne korugirane cijevi
6. G-Pipe cijevi za odvodnju i PPR zelene cijevi za vodu
7. Aldrip cijevi za navodnjavanje

U svome poslovanju, tvrtka Alpro-att poseban naglasak stavlja na postizanje kvalitete proizvoda, uvjeta rada i samog poslovanja. Imperativ stavljaju na kontrolu sirovine koja se koristi u procesu proizvodnje i na kvalitetu gotovih proizvoda. Strateški cilj tvrtke jest postizanje poslovne uspješnosti najviše razine na način da se kontinuirano primjenjuju znanja stručnjaka. Također, teže ka praćenju tehnoloških trendova zbog čega ulažu u nove tehnologije.[62] Poslovni prihodi tvrtke Alpro-att d.o.o. u 2017. godini iznosili su više od 77 milijuna kuna, dok su u 2018. iznosili gotovo 75 milijuna kuna.

[60] Alpro-att (2019): Tvrtka. Dostupno na: http://www.alpro-att.hr/text.asp?id=87
[61] Alpro-att (2019): Proizvodi. Dostupno na: http://www.alpro-att.hr/proizvodi.asp
[62] Alpro-att (2019): Tvrtka. Dostupno na: http://www.alpro-att.hr/text.asp?id=87

4.2. Formulacija modela linearnog programiranja na primjeru proizvodnje plastičnih cijevi

Linearno programiranje koristi se kao matematička metoda za optimizaciju proizvodnje pa će se u radu, prije svega, njegova pravila primijeniti kako bi se optimizirala proizvodnja plastičnih cijevi u poduzeću Alpro-att d.o.o. Za izradu modela linearnog programiranja, iz ponude poduzeća Alpro-att izdvojeno je devet proizvoda, tj. različitih vrsta cijevi. U tablici 1. su prikazani stvarni podaci proizašli iz interne evidencije poduzeća, a to su: težina proizvoda u kilogramima, donja i gornja granica proizvodnje u jednom mjesecu rada, neto prodajne cijene, trošak rada i materijala po jedinici proizvoda i profit. Profit je upravo ono što se želi maksimizirati.

Tablica 1. Popis proizvoda

Oznaka	Naziv proizvoda	Težina u kg	Donja granica (kom)	Gornja granica (kom)	Neto prodajne cijene (u kn)	Trošak po komadu (u kn)	Profit (u kn)
x1	14201P PEHD CIJEV 20-10	0,118	7500		1,76	1,2	0,56
x2	14202P PEHD CIJEV 25-10	0,151	2000	15000	2,35	1,54	0,81
x3	27510P DRENAŽNA CIJEV 100	0,45	1250	2000	5,48	3,27	2,21
x4	27515P DRENAŽNA CIJEV 125	0,7	500		7,67	5,09	2,58
x5	293141P KABUPLAST 50 50 CRVENA	0,2	5000	8500	2,89	1,29	1,6
x6	293150P KABUPLAST 63 50 CRNA	0,25		29000	3,38	1,22	2,16
x7	23403P KCM 110x1000	1,1351	10000	16000	13,53	5,38	8,15
x8	23407P KCM 110x3000	3,2747	9000		36,57	15,35	21,22
x9	40530P KCM 110/1000	0,866	1000	24000	13,75	4,66	9,09

Izvor: Izrada autora na temelju internih podataka tvrtke Alpro-att d.o.o.

Popis sirovina koje se koriste u proizvodnji navedenih 9 vrsta cijevi prikazan je u sljedećoj tablici. Ima ih ukupno 18, svaka ima svoju posebnu oznaku kao i pripadajuće cijene i stanje određene sirovine na zalihama.

Tablica 2. Popis sirovina potrebnih za proizvodnju

Oznaka	Naziv sirovine	Stanje na zalihama (kg)	Cijena sirovine po kg
S1	PVC Prah za drenažu	8239,00	6,49 kn
S2	Punilo za drenažu	97,00	3,56 kn
S3	Stabilizator za drenažu	806,50	33,09 kn
S4	Ceasit-kalcium stearat	59,00	14,05 kn
S5	Kane Ace 10F	218,00	29,76 kn
S6	CPE	84,00	16,17 kn
S7	Masterbeč crni	680,00	11,18 kn
S8	PEHD Granulat crni	3723,00	10,19 kn
S9	PEHD za korug. Cijevi	8525,00	8,59 kn
S10	PEHD Regranulat-crni	4450,00	6,08 kn
S11	Masterbeč crveni	215,00	43,90 kn
S12	Punilo za PEHD	11253,00	3,56 kn
S13	PVC Prah za tvrde cijevi	42362,00	5,21 kn
S14	Kredafil za tvrde cijevi	14236,00	0,78 kn
S15	Stabilizator za tvrde cijevi	1315,00	20,19 kn
S16	HBC Sivi pigment	183,00	32,22 kn
S17	Masterbeč sivi	123,00	27,45 kn
S18	PP granule za ekstruziju	1120,00	5,30 kn

Izvor: Izrada autora na temelju internih podataka tvrtke Alpro-att d.o.o.

Tablica 3. Utrošci sirovina po jedinici proizvoda

	S1 PVC Prah za drenažu	S2 Punilo za drenažu	S3 Stabilizator za drenažu	S4 Ceasit-kalcium stearat	S5 Kane Ace 10F	S6 CPE	S7 Masterbeč crni	S8 PEHD Granulat crni	S9 PEHD za korug. Cijevi	S10 PEHD Regranulat-crni	S11 Masterbeč crveni	S12 Punilo za PEHD	S13 PVC Prah za tvrde cijevi	S14 Kredafil za tvrde cijevi	S15 Stabilizator za tvrde cijevi	S16 HBC Sivi pigment	S17 Masterbeč sivi	S18 PP granule za ekstruziju
X1								0,118										
X2								0,151										
X3	0,394	0,0342	0,0131	0,002	0,002	0,005												
X4	0,613	0,0532	0,0203	0,003	0,003	0,009												
X5									0,099		0,002	0,099						
X6							0,003			0,124		0,124						
X7													0,862	0,246	0,028	0,004		
X8													2,486	0,711	0,067	0,012		
X9												0,095					0,011	0,7603

Izvor: Izrada autora na temelju internih podataka tvrtke Alpro-att d.o.o.

S obzirom na to da svaki proizvod ima svoju težinu, pomoću recepture za proizvodnju svake cijevi izračunat je utrošak pojedine sirovine u svakom proizvodu. Prethodno sistematizirani podaci čine osnovu za daljnje izvođenje modela linearnog programiranja. Prvi korak u otkrivanju optimalne proizvodnje jest određivanje funkcije cilja. U ovom slučaju želi se postići maksimizacija profita poduzeća Alpro-att d.o.o. proizvodnjom 9 odabranih proizvoda. Dakle, funkcija cilja ima sljedeći oblik:

$$\mathbf{MaxZ = 0{,}56x_1 + 0{,}81x_2 + 2{,}21x_3 + 2{,}58x_4 + 1{,}6x_5 + 2{,}16x_6 + 8{,}15x_7 + 21{,}22x_8 + 9{,}09x_9}$$

Količine sirovina koje se koriste u proizvodnji ovih cijevi ograničene su zalihama istih u skladištu tvrtke Alpro-att d.o.o. Količine zaliha iskazane su u kilogramima (kg). U ovom primjeru iskazani su podaci i zalihe koje tvrtka ima na raspolaganju za proizvodnju plastičnih cijevi u jednom mjesecu. Podaci su stvarni i proizašli su iz interne evidencije poduzeća Alpro-att.

Sirovina S1 tj. PVC prah za drenažu koristi se u proizvodnji proizvoda x_3 (27510P Drenažna cijev 100) i proizvoda x_4 (27515P Drenažna cijev 125) čiji su utrošci po jedinici proizvoda prikazani u Tablici 3. Stanje na zalihama sirovine S1 iznosi 8239 kg pa kada se u obzir uzmu utrošci sirovine i njezino stanje na zalihama, slijedi iduće ograničenje:

S1 $0{,}3942x_3 + 0{,}6132x_4 \leq 8.239{,}00$

Na isti način su definirana i sva ostala ograničenja koja slijede:

S2 $0{,}3942x_3 + 0{,}0532x_4 \leq 97{,}00$

S3 $0{,}0131x_3 + 0{,}0203x_4 \leq 806{,}50$

S4 $0{,}0016x_3 + 0{,}0025x_4 \leq 59{,}00$

S5 $0{,}0016x_3 + 0{,}0025x_4 \leq 218{,}00$

S6 $0{,}0054x_3 + 0{,}00874x_4 \leq 84{,}00$

S7 $0{,}0025x_6 \leq 680{,}00$

S8 $0{,}118x_1 + 0151x_2 \leq 3.723{,}00$

S9 $0{,}099x_5 \leq 8.525{,}00$

S10 $0{,}1238x_6 \leq 4.450{,}00$

S11 $0{,}002x_5 \leq 215{,}00$

S12 $0{,}099x_5 + 0{,}1238x_6 + 0{,}095x_8 \leq 11.253{,}00$

S13 $0{,}8615x_7 + 2{,}4855x_8 \leq 42.362{,}00$

S14 $0{,}2463x_7 + 0{,}7106x_8 \leq 14.236{,}00$

S15 $0{,}0284x_7 + 0{,}0671x_8 \leq 1.315{,}00$

S16 $0{,}004x_7 + 0{,}0115x_8 \leq 183{,}00$

S17 $0{,}0107x_9 \leq 123{,}00$

S18 $0{,}7603x_9 \leq 1.120{,}00$

Uz prethodno navedena ograničenja, potrebno je definirati i ograničenja u vidu minimalnih i maksimalnih količina mjesečne proizvodnje plastičnih cijevi. Ukoliko ne postoje ograničene količine proizvodnje određenih proizvoda, može doći do situacije u kojoj se najmanje profitabilni proizvodi uopće ne proizvode. Podaci o donjim i gornjim granicama proizvodnje vidljivi su u tablici 1.

Za prvi proizvod x_1 (14201P PEHD cijev 20-10) postoji samo ograničenje u vidu minimalne količine mjesečne proizvodnje koja iznosi 7500 komada.

$$x_1 \geq 7500$$

Ograničenja za sve ostale proizvode:

$$2000 \leq x_2 \leq 15000$$

$$1250 \leq x_3 \leq 2000$$

$$x_4 \geq 500$$

$$5000 \leq x_5 \leq 8500$$

$$x_6 \leq 29000$$

$$10000 \leq x_7 \leq 16000$$

$$x_8 \geq 9000$$

$$1000 \leq x_9 \leq 24000$$

Također, postoji još jedan uvjet koji se mora zadovoljiti, a to je uvjet nenegativnosti iz čega slijedi:

$$x_j \geq 0 \text{ , } j=1,2,3,..,9$$

Nakon što su prikupljeni svi potrebni podaci, unose se u program WinQSB. Prilikom upisa podataka, koristit će se opcija INTEGER pomoću koje će rješenja u vidu optimalnih količina proizvodnje biti cjelobrojna. Ulaskom u program upisuje se broj varijabli, ovom slučaju njih 9, vrsta optimizacije tj. maksimizacija te broj ograničenja kojih je 18. Također, upisuju se i minimalne odnosno maksimalne količine proizvodnje svakog pojedinog proizvoda. Tablica tj. matrica ima sljedeći oblik:

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	Direction	R. H. S.
Maximize	0.56	0.81	2.21	2.58	1.6	2.16	8.15	21.22	9.09		
C1			0.394	0.613						<=	8239
C2			0.0342	0.0532						<=	97
C3			0.0131	0.0203						<=	806.5
C4			0.002	0.003						<=	59
C5			0.002	0.003						<=	218
C6			0.005	0.009						<=	84
C7						0.003				<=	680
C8	0.118	0.151								<=	3723
C9					0.099					<=	8525
C10						0.124				<=	4450
C11					0.002					<=	215
C12					0.099	0.124			0.095	<=	11253
C13							0.862	2.486		<=	42362
C14							0.246	0.711		<=	14236
C15							0.028	0.067		<=	1315
C16							0.004	0.012		<=	183
C17									0.011	<=	123
C18									0.7603	<=	1120
LowerBound	7500	2000	1250	500	5000	0	10000	9000	1000		
UpperBound	M	15000	2000	M	8500	29000	16000	M	24000		
VariableType	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer		

Slika 1. Ulazni podaci za linearno programiranje u programu WinQSB

Izvor: Izrada autora

U program WinQSB, koje se koristi za rješavanje problema linearnog programiranja, uneseni su potrebni podaci u vidu funkcije cilja i ograničenja. Nakon unosa, slijedi rješavanje problema odnosno postizanje i prikazivanje optimalnog rješenja.

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	12,357.0000	0.5600	6,919.9200	0	basic
2	X2	14,999.0000	0.8100	12,149.1900	0	basic
3	X3	1,999.0000	2.2100	4,417.7900	0	basic
4	X4	538.0000	2.5800	1,388.0400	2.5800	at bound
5	X5	8,500.0000	1.6000	13,600.0000	0	basic
6	X6	29,000.0000	2.1600	62,640.0000	0	basic
7	X7	15,999.0000	8.1500	130,391.8000	0	basic
8	X8	9,917.0000	21.2200	210,438.7000	-3.2300	at bound
9	X9	1,473.0000	9.0900	13,389.5700	0	basic
	Objective	Function	(Max.) =	455,335.1000		
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1	C1	1,117.4000	<=	8,239.0000	7,121.6000	0
2	C2	96.9874	<=	97.0000	0.0126	0
3	C3	37.1083	<=	806.5000	769.3917	0
4	C4	5.6120	<=	59.0000	53.3880	0
5	C5	5.6120	<=	218.0000	212.3880	0
6	C6	14.8370	<=	84.0000	69.1630	0
7	C7	87.0000	<=	680.0000	593.0000	0
8	C8	3,722.9750	<=	3,723.0000	0.0250	0
9	C9	841.5000	<=	8,525.0000	7,683.5000	0
10	C10	3,596.0000	<=	4,450.0000	854.0001	0
11	C11	17.0000	<=	215.0000	198.0000	0
12	C12	4,437.5000	<=	11,253.0000	6,815.5000	0
13	C13	38,444.8000	<=	42,362.0000	3,917.2000	0
14	C14	10,986.7400	<=	14,236.0000	3,249.2590	0
15	C15	1,112.4110	<=	1,315.0000	202.5890	0
16	C16	183.0000	<=	183.0000	0	2,037.5000
17	C17	16.2030	<=	123.0000	106.7970	0
18	C18	1,119.9220	<=	1,120.0000	0.0781	0

Slika 2. Optimalno rješenje problema linearnog programiranja proizvodnje plastičnih cijevi

Izvor: Izrada autora

Na slici 2. prikazana su optimalna rješenja modela linearnog programiranja. Optimalne količine proizvodnje svakog pojedinog proizvoda koja je potrebna kako bi se maksimizirao profit su:

$$\mathbf{x_1 = 12357}$$

$$\mathbf{x_2 = 14999}$$

$$\mathbf{x_3 = 1999}$$

$$\mathbf{x_4 = 538}$$

$$\mathbf{x_5 = 8500}$$

$$\mathbf{x_6 = 29000}$$

$$\mathbf{x_7 = 15999}$$

$$\mathbf{x_8 = 9917}$$

$$\mathbf{x_9 = 1473}$$

Maksimalna dobit, odnosno vrijednost funkcije cilja, iznosi 455335,10 kn ukoliko se proizvodi optimalna količina pojedinih proizvoda. Vidljivo jest kako su proizvodi x_2, x_3, x_5, x_6 i x_7 najprofitabilniji u postavljenom modelu zbog toga što su optimalne količine proizvodnje jednake ili gotovo jednake maksimalnoj količini proizvodnje tih proizvoda.

U modelu linearnog programiranja pojavljuju se i dopunske varijable koje pokazuju kolika količina pojedine sirovine je utrošena i postoji li višak. Ti se podaci o dopunskim varijablama mogu pronaći na slici 2. u koloni pod nazivom *Slack or Surplus*. Višak zaliha sirovine postoji ukoliko je iznos u navedenoj koloni veći od 0. Ako je vrijednost jednaka nuli tada je sirovina u potpunosti iskorištena.

U ovom primjeru maksimizacije profita u proizvodnji plastičnih cijevi, vrijednosti dopunskih varijabli su:

$\mathbf{u_1}$ = 7121,60

Vrijednost dopunske varijable je 7121,60 što znači da od dostupnih 8239 kg PVC Praha za drenažu ostaje neiskorišteno 7121,60 kg tj. za proizvodnju je iskorišteno tek 1117,40 kg sirovine.

u_2 = 0,0126

Vrijednost dopunske varijable u_2 je 0,0126 što znači da od dostupnih 97 kg Punila za drenažu ostaje neiskorišteno tek 0,0126 kg tj. za proizvodnju je iskorištena gotovo čitava zaliha sirovine.

u_3 = 769,3917

Vrijednost dopunske varijable u_3 je 769,3917 što znači da od dostupnih 806,5 kg Stabilizatora za drenažu ostaje neiskorišteno tek 769,3917 tj. za proizvodnju je iskorišteno tek 4,6% dostupne sirovine.

u_4 = 53,388

Vrijednost dopunske varijable u_4 je 53,388 što znači da od dostupnih 59 kg Ceasit-kalcium stearata ostaje neiskorišteno 53,388 kg. Vidljivo je da je za proizvodnju iskorištena tek minimalna količina ove sirovine.

u_5 = 212,388

Vrijednost dopunske varijable u_5 je 212,388 što znači da od dostupnih 218 kg Kane Ace 10F-a ostaje neiskorišteno 212,388 kg. Ova sirovina, baš poput prethodne, ostaje gotovo u potpunosti neiskorištena.

u_6 = 69,163

Vrijednost dopunske varijable u_6 je 69,163 što znači da od dostupnih 84 kg CPE-a ostaje neiskorišteno 69,163 kg.

Kada se uzme u obzir da se prethodnih 6 sirovina koristi za proizvodnju dvaju proizvoda, x_3 i x_4, vidljivo je kako je u potpunosti iskorištena tek jedna sirovina potrebna za njihovu proizvodnju. Na temelju takvih vrijednosti, može se zaključiti da bi tvrtka Alpro-att uz dodatnu nabavku sirovine S2 Punila za drenažu, mogla proizvesti puno više ovih dviju vrsta cijevi.

u_7 = 593,00

Vrijednost dopunske varijable u_7 je 593 što znači da od dostupnih 680 kg masterbeča crnog ostaje neiskorišteno 593 kg.

u_8 = 0,025

Vrijednost dopunske varijable u_8 je 0,025 što znači da od dostupnih 3723 kg PEHD granulata crnog ostaje neiskorišteno 0,025 kg. Gotovo čitava količina zalihe je utrošena u proizvodnji jer je vrijednost dopunske varijable gotovo jednaka nuli.

$\mathbf{u_9}$ = 7683,50

Vrijednost dopunske varijable u_9 je 7683,50 što znači da od dostupnih 8525 kg PEHD-a za korug. cijevi ostaje neiskorišteno 7683,50 kg. Utrošeno je, dakle, tek 841,50 kg ove sirovine.

$\mathbf{u_{10}}$ = 854,0001

Vrijednost dopunske varijable u_{10} je 854,0001 što znači da od dostupnih 4450 kg PEHD Regranulata crnog ostaje neiskorišteno približno 854 kg. U proizvodnji plastičnih cijevi utrošeno je 80,8% dostupne sirovine.

$\mathbf{u_{11}}$ = 198

Vrijednost dopunske varijable u_{11} je 198 što znači da od dostupnih 215 kg masterbeča crvenog ostaje neiskorišteno 198 kg. Može se zaključiti da je utrošena tek mala količina od 17 kg crvenog masterbeča.

$\mathbf{u_{12}}$ = 6815,50

Vrijednost dopunske varijable u_{12} je 6815,50 što znači da od dostupnih 11253 kg punila za PEHD ostaje neiskorišteno 6815,50 kg. Utrošeno je 38,5% sirovine u proizvodnji.

$\mathbf{u_{13}}$ = 3917,20

Vrijednost dopunske varijable u_{13} je 3917,20 što znači da od dostupnih 42362 kg PVC praha za tvrde cijevi ostaje neiskorišteno 3917,20 kg. Dakle, utrošeno je 38444,80 kg sirovine.

$\mathbf{u_{14}}$ **=** 3249,259

Vrijednost dopunske varijable u_{14} je 3249,259 što znači da od dostupnih 14236 kg kredafila za tvrde cijevi ostaje neiskorišteno 3917,20 kg.

$\mathbf{u_{15}}$ = 202,589

Vrijednost dopunske varijable u_{15} je 202,589 što znači da od dostupnih 1315 kg stabilizatora za tvrde cijevi ostaje neiskorišteno 202,589 kg.

u_{16} = 0

Vrijednost dopunske varijable u_{16} je 0 što znači da je iskorišteno svih 183 kg HBC sivog pigmenta ostaje koji je postojao na zalihama. U ovom se slučaju pojavljuje i *Shadow price* koji iznosi 2037,50 što znači da bi se nabavkom jedne dodatne jedinice sirovine profit povećao za 2037,50 kn.

u_{17} = 106,797

Vrijednost dopunske varijable u_{17} je 106,797 što znači da je od dostupnih 123 kg sivog masterbeča ostao višak od 106,797 kg

u_{18} = 0,0781

Vrijednost dopunske varijable u_{18} je 0,0781 što znači da je gotovo čitava zaliha PP granula za ekstruziju.

Može se zaključiti kako velika većina sirovina ostaje neiskorištena što ukazuje na nedostatak planiranja proizvodnje. Male preinake u vidu povećavanja zaliha sirovina koje su u ovom modelu u potpunosti iskorištene dovele bi do velikog porasta proizvodnje pa samim time i značajnim povećanjem profita. Primjerice proizvodi x_7 i x_8 tj. KCM cijev 110x3000 i KCM cijev 110/1000 proizvode se od istih sirovina S13, S14, S15 i S16. Vidljivo je kako je u potpunosti utrošena čitava zaliha samo sirovine S16 pa bi se njezinom većom nabavkom i povećanjem stanja na zalihama uvelike povećala količina proizvodnje proizvoda x_7 i x_8.

5. PRIMJENA DE NOVO PROGRAMIRANJA NA PRIMJERU PROIZVODNJE PLASTIČNIH CIJEVI

5.1. Formulacija modela De Novo programiranja na primjeru proizvodnje plastičnih cijevi

Nakon što je linearnim programiranjem postignut maksimalni profit uz zadana ograničenja, u idućem modelu koristit će se De Novo koncept optimizacije proizvodnje. Naime, njegov cilj jest da „dizajnira“ optimalan sustav proizvodnje u kojem sirovine nisu unaprijed nabavljene , već njihovu nabavku određuju vrijednosti dobivene modelom. Funkcija cilja ostaje nepromijenjena kao u prethodnom primjeru pa je njezin oblik:

MaxZ= $\mathbf{0{,}56x_1 + 0{,}81x_2 + 2{,}21x_3 + 2{,}58x_4 + 1{,}6x_5 + 2{,}16x_6 + 8{,}15x_7 + 21{,}22x_8 + 9{,}09x_9}$

De Novo programiranje je specifično zbog toga što postoji samo jedno ograničenje, a to je budžet. Budžet se izračunava pomoću količina dostupnih zaliha koje su korištene kao ograničenja u modelu linearnog programiranja. Količine dostupnih zaliha množe s njihovim jediničnim cijenama, a suma svih umnožaka daje konačni budžet koji se koristi kao ograničenje u De Novo modelu. Na temelju budžeta, formiraju se optimalne količine proizvodnje i planiraju se količine svake sirovine potrebne za proizvodnju optimalne količine proizvoda.

Budžet, u ovom slučaju, predstavlja količinu novca utrošenog za prethodno nabavljene količine sirovina. Računa na temelju cijene pojedine sirovine umnožene s količinom te sirovine na zalihama. Budžet ima sljedeći oblik:

$B = b_1p_1 + b_2p_2 + b_3p_3 + b_4p_4 + b_5p_5 + b_6p_6 + b_7p_7 + b_8p_8 + b_9p_9 + b_{10}p_{10} + b_{11}p_{11} + b_{12}p_{12} + b_{13}p_{13} +$

$+ b_{14}p_{14} + b_{15}p_{15} + b_{16}p_{16} + b_{17}p_{17} + b_{18}p_{18}$

Uvrštavanjem se dobije:

B = $8239 \cdot 6{,}49 + 97 \cdot 3{,}56 + 806{,}5 \cdot 33{,}09 + 59 \cdot 14{,}05 + 218 \cdot 29{,}76 + 84 \cdot 16{,}17 + 680 \cdot 11{,}18+$

$+3723 \cdot 10{,}19 + 8525 \cdot 8{,}59 + 4450 \cdot 6{,}08 + 215 \cdot 43{,}9 + 11253 \cdot 3{,}56 + 42362 \cdot 5{,}21 +$

$+14236 \cdot 0{,}78 + 1315 \cdot 20{,}19 + 183 \cdot 32{,}22 + +123 \cdot 27{,}45 + 1120 \cdot 5{,}3 =$ **561286,365**

Nakon što je izračunat budžet tj. količina novca utrošenog na prethodno nabavljene količine sirovina, potrebno je izračunati varijabilne troškove za sve proizvode koji se nalaze u modelu. Ograničenja koja su postojala u modelu linearnog programiranja, sada se supstituiraju u jedinstvenu jednadžbu budžeta.

$v_1x_1 + v_2x_2 + \dots + v_jx_j \leq B$

pri čemu je:

v_j – jedinični varijabilni trošak j-tog proizvoda, j = 1,2,..,9.

Varijabilni trošak za proizvodnju svakog proizvoda računa se na način da se cijena svake sirovine u proizvodu množi s količinom sirovine koja ulazi u proizvod. Slijedi opća formula za izračun varijabilnog troška:

$$v_j = \sum_{i=1}^{9} p_i a_{ij} \qquad , j = 1,2,..,9.$$

Na osnovu prethodne formule, računaju se svi varijabilni troškovi u De Novo modelu.

Varijabilni trošak za prvi proizvod x_1 tj. Pehd cijev 20-10:

v_1 **= 0,118 · 10,19 = 1,2**

Varijabilni trošak za proizvod x_2 tj. Pehd cijev 25-10:

v_2 **= 0,151 · 10,19 = 1,54**

Varijabilni trošak za proizvod x_3 tj. Drenažna cijev 100:

v_3 **= 0,3942 · 6,49 + 0,0342 · 3,56 + 0,0131 · 33,09 + 0,0016 · 14,05 + 0,0016 · 29,76 + 0,005 · 16,17 = 3,27**

Varijabilni trošak za proizvod x_4 tj. Drenažna cijev 125:

v_4 **= 0,6132 · 6,49 + 0,0532 · 3,56 + 0,0203 · 33,09 + 0,0025 · 14,05 + 0,0025 · 29,76 + 0,009 · 16,17 = 5,09**

Varijabilni trošak za proizvod x_5 tj. Kabuplast 50 50 crvena:

v_5 **= 0,099 · 8,59 + 0,002 · 43,90 + 0,099 · 3,56 = 1,29**

Varijabilni trošak za proizvod x_6 tj. Kabuplast 63 50 crna:

v_6 **= 0,003 · 11,18 + 0,1238 · 6,08 + 0,1238 · 3,56 = 1,22**

Varijabilni trošak za proizvod x_7 tj. KCM 110x1000:

v_7 **= 0,8615 · 5,21 + 0,2463 · 0,78 + 0,0284 · 20,19 + 0,004 · 32,22 = 6,817**

Varijabilni trošak za proizvod x_8 tj. KCM 110x3000:

v_8 **= 2,4855 · 5,21 + 0,7106 · 0,78 + 0,0671 · 20,19 + 0,0115 · 32,22 = 19,28**

Varijabilni trošak za proizvod x_9 tj. KCM 110/1000:

v_9 **= 0,095 · 3,56 + 0,0107 · 27,45 + 0,7603 · 5,30 = 7,73**

Ograničenja koja su postojala u modelu linearnog programiranja, sad se mogu supstituirati u jedinstvenu jednadžbu budžeta:

$v_1x_1 + v_2x_2 + \ldots + v_9x_9 \leq B$

Nakon što su izračunati i određeni varijabilni troškovi za proizvodnju svakog proizvoda može se odrediti ograničenje budžeta:

$1{,}2x_1 + 1{,}54x_2 + 3{,}27x_3 + 5{,}09x_4 + 1{,}29x_5 + 1{,}22x_6 + 6{,}817x_7 + 19{,}28x_8 + 7{,}73x_9 \leq B$

Ograničenja u vidu minimalne i maksimalne količine proizvodnje svakog pojedinog proizvoda ostaju ista kao i u primjeru linearnog programiranja. Stoga slijedi:

$$x_1 \geq 7500$$

$$2000 \leq x_2 \leq 15000$$

$$1250 \leq x_3 \leq 2000$$

$$x_4 \geq 500$$

$$5000 \leq x_5 \leq 8500$$

$$x_6 \leq 29000$$

$$10000 \leq x_7 \leq 16000$$

$$x_8 \geq 9000$$

$$1000 \leq x_9 \leq 24000$$

Također, još uvijek je potrebno zadovoljiti uvjete nenegativnosti:

$$x_j \geq 0 \text{ ,j=1,2,3,..,9}$$

Svi podaci potrebni za postavljanje modela optimizacije proizvodnje plastičnih cijevi primjenom De Novo programiranja upisuju se u program WinQSB:

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	Direction	R. H. S.
Maximize	0.56	0.81	2.21	2.58	1.6	2.16	8.15	21.22	9.09		
C1	1.2	1.54	3.27	5.09	1.29	1.22	6.817	19.28	7.73	<=	561286.37
LowerBound	7500	2000	1250	500	5000	0	10000	9000	1000		
UpperBound	M	15000	2000	M	8500	29000	16000	M	24000		
VariableType	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer		

Slika 3. Ulazni podaci za De Novo programiranje u programu WinQSB

Izvor: Izrada autora

	03:50:16		Tuesday	August	06	2019
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	7,500.0000	0.5600	4,200.0000	0.5600	at bound
2	X2	2,000.0000	0.8100	1,620.0000	0.8100	at bound
3	X3	1,250.0000	2.2100	2,762.5000	2.2100	at bound
4	X4	500.0000	2.5800	1,290.0000	2.5800	at bound
5	X5	8,496.0000	1.6000	13,593.6000	0	basic
6	X6	29,000.0000	2.1600	62,640.0000	0	basic
7	X7	16,000.0000	8.1500	130,400.0000	8.1500	at bound
8	X8	10,459.0000	21.2200	221,940.0000	21.2200	at bound
9	X9	23,999.0000	9.0900	218,150.9000	9.0900	at bound
	Objective	Function	(Max.) =	656,597.0000		
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1	C1	561,286.1000	<=	561,286.4000	0.2335	0

Slika 4. Optimalna rješenja De Novo modela

Izvor: Izrada autora

Optimalne količine proizvodnje proizašle iz De Novo modela razlikuju se od optimalnih količina dobivenih iz modela linearnog programiranja. Količine proizvodnje u De Novo modelu koje maksimiziraju dobit su:

$$\mathbf{x_1 = 7500}$$

$$\mathbf{x_2 = 2000}$$

$$\mathbf{x_3 = 1250}$$

$$\mathbf{x_4 = 500}$$

$$x_5 = 8496$$

$$x_6 = 29000$$

$$x_7 = 16000$$

$$x_8 = 10459$$

$$x_9 = 23999$$

Proizvodi x_1, x_2, x_3 i x_4 proizvode se u minimalnim količinama dok se proizvodi x5, x_7, i x9 u maksimalnoj ili gotovo maksimalnoj količini.

Sada kada je jedino ograničenje budžet i kada količine dostupnih sirovina nisu unaprijed određene, već se njihova nabavka zasniva na temelju rješenja De Novo modela, dobit tj. profit je značajno porastao. Sada funkcija cilja, odnosno profit, iznosi 656597,00 kn dok je u modelu linearnog programiranja iznosio 455335,10 kn. Postigao se porast od 201261,90 kn što je dovoljan pokazatelj kako se bez ograničenja sirovina budžet može puno efikasnije iskoristiti. Budžet je u potpunosti potrošen.

Potrebne količine sirovina za optimalnu količinu proizvodnje dobivene De Novo modelom:

b1 $0,3942 \cdot 1250 + 0,6132 \cdot 500 = 799,35$

b2 $0,3942 \cdot 1250 +0,0342 \cdot 500 = 69,35$

b3 $0,0131 \cdot 1250 + 0,0203 \cdot 500 = 26,53$

b4 $0,0016 \cdot 1250 + 0,0025 \cdot 500 = 3,25$

b5 $0,0016 \cdot 1250 + 0,0025 \cdot 500 = 3,25$

b6 $0,0054 \cdot 1250 + 0,00874 \cdot 500 = 11,12$

b7 $0,0025 \cdot 29000 = 72,50$

b8 $0,118 \cdot 7500 + 0151 \cdot 2000 = 1187,00$

b9 $0,099 \cdot 8496 = 841,10$

b10 $0,1238 \cdot 29000 = 3590,20$

b11 $0,002 \cdot 8496 = 58,00$

b12 $0{,}099 \cdot 8496 + 0{,}1238 \cdot 29000 + 0{,}095 \cdot 10459 = 4431{,}30$

b13 $0{,}8615 \cdot 16000 + 2{,}4855 \cdot 10459 = 39779{,}84$

b14 $0{,}2463 \cdot 16000 + 0{,}7106 \cdot 10459 = 11372{,}97$

b15 $0{,}0284 \cdot 16000 + 0{,}0671 \cdot 10459 = 1156{,}20$

b16 $0{,}004 \cdot 16000 + 0{,}0115 \cdot 10459 = 184{,}28$

b17 $0{,}0107 \cdot 23999 = 256{,}79$

b18 $0{,}7603 \cdot 23999 = 18246{,}44$

Usporedbom količina sirovina koje su bile dostupne na zalihama u modelu linearnog programiranja sa potrebnom količinom sirovina dobivenom rješavanjem De Novo modela, može se zaključiti kako zalihe bile loše isplanirane. Sada kada nema ograničenja u vidu zaliha, može ostvariti puno veća količina proizvodnje pri čemu se i povećava sami profit.

5.2. Formulacija modela De Novo programiranja s rastućim troškovima na primjeru proizvodnje plastičnih cijevi

Tvrtke se, nerijetko, u nabavi sirovina susreću s problemom različitih cijena sirovina ovisno o količinama koje se naručuju. Sirovine se do određene količine nabavljaju po jednoj cijeni dok se veće količine naručenih sirovina nabavljaju po višim cijenama. Rastući troškovi sirovina mogu se primijeniti u De Novo modelu pri čemu je potrebno definirati maksimalnu količinu sirovine koja se pribavlja po nižoj cijeni. Ukoliko je potrebno, količine koje su iznad te maksimalne, pribavljat će se po višoj cijeni.

U De Novo modelu s rastućim troškovima sirovina, maksimizacija profita se ne proračunava kao u prethodnim primjerima jer prihod po jedinici proizvoda više nije konstantan. Zbog različitih cijena sirovina, funkcija cilja tj. maksimizacija profita se računa kao razlika ukupnih prihoda i troškova materijala.[63]

U ovom primjeru, pretpostavlja se da postoje četiri sirovine s rastućim troškovima koje se koriste u proizvodnji cijevi. Količine sirovina, s pripadajućim cijenama po kilogramu, koje se pribavljaju po različitim cijenama prikazane su u sljedećoj tablici:

[63] Babić, Z. (2017): Modeli i metode poslovnog odlučivanja, Ekonomski fakultet, Split, str. 239.

Tablica 4. Nabavne cijene sirovina ovisno o količinama narudžbe (rastući troškovi sirovina)

Oznaka	Naziv sirovine	Ograničenja	Cijena po kilogramu
S8	PEHD Granulat crni	≤ 1000	10,19 kn
S8	PEHD Granulat crni	> 1000	12,20 kn
S10	PEHD Regranulat crni	≤ 1250	6,08 kn
S10	PEHD Regranulat crni	> 1250	8,80 kn
S13	PVC Prah za tvrde cijevi	≤ 17500	5,21 kn
S13	PVC Prah za tvrde cijevi	> 17500	7,42 kn
S18	PP granule za ekstruziju	≤ 5000	5,30 kn
S18	PP granule za ekstruziju	> 5000	6,90 kn

Izvor: Izrada autora

Formulacija funkcije cilja u De Novo modelu s rastućim troškovima proizvodnje:

$$MaxZ = s_1x_1 + s_2x_2 + s_3x_3 + s_4x_4 + s_5x_5 + s_6x_6 + s_7x_7 + s_8x_8 + s_9x_9 - (p_1b_1 + p_2b_2 +$$

$$+p_3b_3 + p_4b_4 + p_5b_5 + p_6b_6 + p_7b_7 + p_8b_8 + p'_8d_8 + p_9b_9 + p_{10}b_{10} + p'_{10}d_{10} + p_{11}b_{11} +$$

$$+p_{12}b_{12} + p_{13}b_{13} + p'_{13}d_{13} + p_{14}b_{14} + p_{15}b_{15} + p_{16}b_{16} + p_{17}b_{17} + p_{18}b_{18} + p'_{18}d_{18})$$

pri čemu je s_j oznaka za prodajnu cijenu j-tog proizvoda, j = 1,2,…,9; i

p'_8 – oznaka za višu cijenu za PEHD granulat crni ukoliko se nabavlja količina veća od 1000 kg te sirovine;

d_8 – oznaka za količinu nabavke PEHD granulata crnog po višoj cijeni;

p'_{10} – oznaka za višu cijenu za PEHD Regranulat crni ukoliko se nabavlja količina veća od 1250 kg te sirovine

d_{10} – oznaka za količinu nabavke PEHD Regranulata crnog po višoj cijeni;

p'_{13} – oznaka za višu cijenu za PVC Prah za tvrde cijevi ukoliko se nabavlja količina veća od 17500 kg te sirovine

d_{13} – oznaka za količinu nabavke PVC Praha za tvrde cijevi po višoj cijeni;

p'_{18} – oznaka za višu cijenu za PP granule za ekstruziju ukoliko se nabavlja količina veća od 17500 kg te sirovine

d_{18} – oznaka za količinu nabavke PP granule za ekstruziju po višoj cijeni.

Funkcija cilja u ovom modelu rastućih troškova proizvodnje plastičnih cijevi ima sljedeći oblik:

$$\mathbf{MaxZ = 1{,}76x_1 + 2{,}35x_2 + 5{,}48x_3 + 7{,}67x_4 + 2{,}89x_5 + 3{,}38x_6 + 13{,}53x_7 + 36{,}57x_8 +}$$

$$\mathbf{+13{,}75x_9 - (6{,}49b_1 + 3{,}56b_2 + 33{,}09b_3 + 14{,}05b_4 + 29{,}76b_5 + 16{,}17b_6 + 11{,}18b_7 +}$$

$$\mathbf{+ 10{,}19b_8 + 12{,}2d_8 + 8{,}59b_9 + 6{,}08b_{10} + 8{,}8d_{10} + 43{,}9b_{11} + 3{,}56b_{12} + 5{,}21b_{13} +}$$

$$\mathbf{+ 7{,}42d_{13} + 0{,}78b_{14} + 20{,}19b_{15} + 32{,}22b_{16} + 27{,}45b_{17} + 5{,}3b_{18} + 6{,}9d_{18})}$$

I dalje postoje ograničenja za sirovine pri čemu sirovine S8, S10, S13 i S18 imaju rastuće troškove:

1) $0{,}394x_3 + 0{,}613x_4 - b_1 = 0$
2) $0{,}0342x_3 + 0{,}0532x_4 - b_2 = 0$
3) $0{,}0131x_3 + 0{,}0203x_4 - b_3 = 0$
4) $0{,}002x_3 + 0{,}003x_4 - b_4 = 0$
5) $0{,}002x_3 + 0{,}003x_4 - b_5 = 0$
6) $0{,}005x_3 + 0{,}009x_4 - b_6 = 0$
7) $0{,}003x_5 - b_7 = 0$
8) $0{,}118x_1 + 0{,}151x_2 - b_8 - d_8 = 0$
9) $0{,}099x_5 - b_9 = 0$
10) $0{,}124x_6 - b_{10} - d_{10} = 0$
11) $0{,}002x_5x_5 - b_{11} = 0$

12) $0{,}099x_5 + 0{,}124x_5 + 0{,}095x_9 - b_{12} = 0$

13) $0{,}862x_7 + 2{,}486x_8 - b_{13} - d_{13} = 0$

14) $0{,}246x_7 + 0{,}711x_8 - b_{14} = 0$

15) $0{,}028x_7 + 0{,}067x_8 - b_{15} = 0$

16) $0{,}004x_7 + 0{,}012x_8 - b_{16} = 0$

17) $0{,}011x_9 - b_{17} = 0$

18) $0{,}7603x_9 - b_{18} - d_{18} = 0$

19) $b_8 \leq 1000$

20) $b_{10} \leq 1250$

21) $b_{13} \leq 17500$

22) $b_{18} \leq 5000$

Ograničenja minimalne i maksimalne količine proizvodnje plastičnih cijevi ostaju nepromijenjena kao i u prethodnim primjerima pa slijedi:

$$x_1 \geq 7500$$

$$2000 \leq x_2 \leq 15000$$

$$1250 \leq x_3 \leq 2000$$

$$x_4 \geq 500$$

$$5000 \leq x_5 \leq 8500$$

$$x_6 \leq 29000$$

$$10000 \leq x_7 \leq 16000$$

$$x_8 \geq 9000$$

$$1000 \leq x_9 \leq 24000$$

Također, potrebno je zadovoljiti i uvjete nenegativnosti:

$$x_j \geq 0\ ,\ \ j=1,2,3,..,9.$$

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	b1	b2	b3	b4	b5	b6	b7	b8
Maximize	1.76	2.35	5.48	7.67	2.89	3.38	13.53	36.57	13.75	-6.49	-3.56	-33.09	-14.05	-29.76	-16.17	-11.18	-10.19
C1			0.394	0.613						-1							
C2			0.0342	0.0532							-1						
C3			0.0131	0.0203								-1					
C4			0.002	0.003									-1				
C5			0.002	0.003										-1			
C6			0.005	0.009											-1		
C7						0.003										-1	
C8	0.118	0.151															-1
C9					0.099												
C10						0.124											
C11					0.002												
C12					0.099	0.124			0.095								
C13							0.862	2.486									
C14							0.246	0.711									
C15							0.028	0.067									
C16							0.004	0.012									
C17									0.011								
C18									0.7603								
C19										6.49	3.56	33.09	14.05	29.76	16.17	11.18	10.19
LowerBound	7500	2000	1250	500	5000	0	10000	9000	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
UpperBound	M	15000	2000	M	8500	29000	16000	M	24000	M	M	M	M	M	M	M	1000
VariableType	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous

b9	b10	d10	b11	b12	b13	d13	b14	b15	b16	b17	b18	d18	Direction	R. H. S.
-8.59	-6.08	-8.8	-43.9	-3.56	-5.21	-7.42	-0.78	-20.19	-32.22	-27.45	-5.3	-6.9		
													=	0
													=	0
													=	0
													=	0
													=	0
													=	0
													=	0
													=	0
-1													=	0
	-1	-1											=	0
			-1										=	0
				-1									=	0
					-1	-1							=	0
							-1						=	0
								-1					=	0
									-1				=	0
										-1			=	0
											-1	-1	=	0
8.59	6.08	8.8	43.9	3.56	5.21	7.42	0.78	20.19	32.22	27.45	5.3	6.9	<=	561286.37
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
M	1250	M	M	M	17500	M	M	M	M	M	5000	M		
Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Integer		

Slika 5. Ulazni podaci za De Novo programiranje s rastućim troškovima sirovina u programu WinQSB

Izvor: Izrada autora

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	7,500.0000	1.7600	13,200.0000	1.7600	at bound
2	X2	2,001.0000	2.3500	4,702.3500	0	basic
3	X3	1,250.0000	5.4800	6,850.0000	5.4800	at bound
4	X4	500.0000	7.6700	3,835.0000	7.6700	at bound
5	X5	8,500.0000	2.8900	24,565.0000	0	basic
6	X6	29,000.0000	3.3800	98,020.0000	0	basic
7	X7	16,000.0000	13.5300	216,480.0000	0	basic
8	X8	13,798.0000	36.5700	504,592.8000	0	basic
9	X9	24,000.0000	13.7500	330,000.0000	0	basic
10	b1	799.0000	-6.4900	-5,185.5100	0	basic
11	b2	69.3500	-3.5600	-246.8860	0	basic
12	b3	26.5250	-33.0900	-877.7122	0	basic
13	b4	4.0000	-14.0500	-56.2000	0	basic
14	b5	4.0000	-29.7600	-119.0400	0	basic
15	b6	10.7500	-16.1700	-173.8275	0	basic
16	b7	87.0000	-11.1800	-972.6600	0	basic
17	b8	1,000.0000	-10.1900	-10,190.0000	0	basic
18	d8	187.1510	-12.2000	-2,283.2420	0	basic
19	b9	841.5000	-8.5900	-7,228.4850	0	basic
20	b10	1,250.0000	-6.0800	-7,600.0000	0	basic
21	d10	2,346.0000	-8.8000	-20,644.8000	0	basic
22	b11	17.0000	-43.9000	-746.3000	0	basic
23	b12	4,437.5000	-3.5600	-15,797.5000	0	basic
24	b13	17,500.0000	-5.2100	-91,175.0000	0	basic
25	d13	30,593.8300	-7.4200	-227,006.2000	0	basic
26	b14	13,746.3800	-0.7800	-10,722.1700	0	basic
27	b15	1,372.4660	-20.1900	-27,710.0900	0	basic
28	b16	229.5760	-32.2200	-7,396.9390	0	basic
29	b17	264.0000	-27.4500	-7,246.8000	0	basic
30	b18	4,999.1990	-5.3000	-26,495.7600	0	basic
31	d18	13,248.0000	-6.9000	-91,411.2000	-1.6000	at bound
	Objective	Function	(Max.) =	640,959.0000		

Slika 6. Rješenje De Novo modela s rastućim troškovima u programu WinQSB

Izvor: Izrada autora

Optimalne količine proizvodnje u De Novo modelu s rastućim troškovima sirovina koje maksimiziraju dobit su:

$$\mathbf{x_1 = 7500}$$

$$\mathbf{x_2 = 2001}$$

$$\mathbf{x_3 = 1250}$$

$$\mathbf{x_4 = 500}$$

$$\mathbf{x_5 = 8500}$$

$$\mathbf{x_6 = 29000}$$

$$\mathbf{x_7 = 16000}$$

$$\mathbf{x_8 = 13798}$$

$$\mathbf{x_9 = 24000}$$

U modelu De Novo programiranja s rastućim troškovima proizvodnje, nije došlo do većeg pomaka koji bi smanjio proizvodnju pojedinih vrsta cijevi. Samim time, količina proizvodnje cijevi je ostala vrlo slična kao u prethodnom modelu, ali se zbog rastućih troškova proizvodnje profit smanjio. Naime, sada iznosi 640959,00 kn što je za 15638,00 kn manje nego kada su cijene sirovina bile konstantne. Jedina razlika koja je primjetna pri usporedbi s De Novo modelom jest količina proizvodnje proizvoda x_8 tj. cijevi KCM 110x3000 koja je porasla s 10459 proizvoda na 13798 proizvoda. Budžet je, u ovom slučaju, iskorišten u potpunosti.

Kako bi se proizvela optimalna količina proizvoda, potrebno je pribaviti sljedeće količine sirovina:

$b_1 = 799{,}00$	$d_{10} = 2346{,}00$
$b_2 = 69{,}35$	$b_{11} = 17{,}00$
$b_3 = 26{,}525$	$b_{12} = 4437{,}50$
$b_4 = 4{,}00$	$b_{13} = 17500{,}00$
$b_5 = 4{,}00$	$d_{13} = 30593{,}83$
$b_6 = 10{,}75$	$b_{14} = 13746{,}38$
$b_7 = 87{,}00$	$b_{15} = 1372{,}466$
$b_8 = 1000{,}00$	$b_{16} = 229{,}576$
$d_8 = 187{,}151$	$b_{17} = 264{,}00$
$b_9 = 841{,}50$	$b_{18}= 4999{,}199$
$b_{10} = 1250{,}00$	$d_{18} = 13248{,}00$

Ukupna količina PEHD crnog granulata (S8) koja je potrebna za optimalnu količinu proizvodnje jest 1187 kg. Pri tom, 1000 kg se nabavlja po nižoj cijeni od 10,19 kn, dok se 187 kg te sirovine pribavlja po višoj cijeni od 12,20 kn. Sirovine S10 tj. PEHD crnog regranulata se nabavlja 1250 kg po cijeni od 6,08 kn, a 2346 kg po cijeni od 8,80 kn. Kada je u pitanju PVC prah za tvrde cijevi (S13), 17500 kg praha nabavlja se po cijeni od 5,21 kn, a ostalih 30593,83 kg te sirovine po cijeni od 7,42 kn po kilogramu. 4999,199 kg PP granula za ekstruziju nabavlja se po cijeni od 5,30 kn, dok se 13248 kg pribavlja po višoj cijeni od 6,90 kn. Vidljivo je kako se određena količina svake od četiri sirovine sa rastućim troškovima pribavlja i kada su troškovi viši od početnih.

5.3. Formulacija modela De Novo programiranja s količinskim popustima na primjeru proizvodnje plastičnih cijevi

Za razliku od prethodnog primjera kada su se troškovi sirovina povećavali za veće narudžbe, postoje i situacije u kojima veće količine naručenih sirovina dovode do ostvarenja popusta.[64] Moguće je formulirati De Novo model s količinskim popustima u kojem je potrebno odrediti minimalnu količinu narudžbe sirovina iznad koje se ostvaruje popust. Ukoliko su naručene količine sirovina veće od minimalne količine, ostvaruje se količinski popust tj. sirovine se nabavljaju po nešto nižoj cijeni. Ako su naručene količine sirovine manje od minimuma, tada se popust ne ostvaruje.

Prihod po jedinici proizvoda nije konstantan pa se funkcija cilja definira kao razlika prihoda i troškova materijala kao kod De Novo modela s rastućim troškovima sirovina.

Četiri sirovine, u ovom slučaju, mogu se nabavljati po diskontnim cijenama ukoliko naručene količine budu veće od zadanih ograničenja. Količine sirovina, s pripadajućim cijenama po kilogramu, koje se pribavljaju po različitim cijenama prikazane su u sljedećoj tablici:

[64] Babić, Z. (2017): Modeli i metode poslovnog odlučivanja, Ekonomski fakultet, Split, str. 238.

Tablica 5. Nabavne cijene sirovina ovisno o količinama narudžbe (količinski popusti)

Oznaka	Naziv sirovine	Ograničenja	Cijena po kilogramu
S1	PVC Prah za drenažu	≤ 700	6,49
S1	PVC Prah za drenažu	> 700	6,35
S7	Masterbeč crni	≤ 65	11,18
S7	Masterbeč crni	>65	10,9
S9	PEHD za korug. cijevi	≤ 720	8,59
S9	PEHD za korug. cijevi	>720	8,45
S17	Masterbeč sivi	≤ 150	27,45
S17	Masterbeč sivi	>150	27,1

Izvor. Izrada autora

Formulacija funkcije cilja u De Novo modelu s količinskim popustima:

$$MaxZ = s_1x_1 + s_2x_2 + s_3x_3 + s_4x_4 + s_5x_5 + s_6x_6 + s_7x_7 + s_8x_8 + s_9x_9 - (p_1b_1 + p'_1d_1 + p_2b_2 + p_3b_3 + p_4b_4 + p_5b_5 + p_6b_6 + p_7b_7 + p'_7d_7 + p_8b_8 + p_9b_9 + p'_9d_9 + p_{10}b_{10} + p_{11}b_{11} + p_{12}b_{12} + p_{13}b_{13} + p_{14}b_{14} + p_{15}b_{15} + p_{16}b_{16} + p_{17}b_{17} + p'_{17}d_{17} + p_{18}b_{18})$$

pri čemu je s_j oznaka za prodajnu cijenu j-tog proizvoda, j = 1,2,…,9; i

p'_1 – oznaka za nižu cijenu za PVC praha za drenažu ukoliko se nabavlja količina veća od 700 kg te sirovine;

d_1 – oznaka za količinu nabavke PVC praha za drenažu po nižoj cijeni;

p'_7 – oznaka za nižu cijenu za masterbeč crni ukoliko se nabavlja količina veća od 65 kg te sirovine

d_7 – oznaka za količinu nabavke crnog masterbeča po nižoj cijeni;

p'_9 – oznaka za nižu cijenu za PEHD za korug. cijevi ukoliko se nabavlja količina veća od 720 kg te sirovine

d_9 – oznaka za količinu nabavke PEHD-a za korug. cijevi po višoj cijeni;

p'_{17} – oznaka za višu cijenu za PP granule za ekstruziju ukoliko se nabavlja količina veća od 150 kg te sirovine

d_{17} – oznaka za količinu nabavke PP granule za ekstruziju po višoj cijeni.

U De Novo modelu s količinskim popustima, funkcija cilja ima sljedeći oblik:

$$\mathbf{MaxZ = 1{,}76x_1 + 2{,}35x_2 + 5{,}48x_3 + 7{,}67x_4 + 2{,}89x_5 + 3{,}38x_6 + 13{,}53x_7 + 36{,}57x_8 + 13{,}75x_9 -}$$

$$\mathbf{- (6{,}49b_1 + 6{,}35d_1 + 3{,}56b_2 + 33{,}09b_3 + 14{,}05b_4 + 29{,}76b_5 + 16{,}17b_6 + 11{,}18b_7 + 10{,}6d_7 +}$$

$$\mathbf{+10{,}19b_8 + 8{,}59b_9 + 8{,}45d_9 + 6{,}08b_{10} + 43{,}9b_{11} + 3{,}56b_{12} + 5{,}21b_{13} + 0{,}78b_{14} + 20{,}19b_{15} +}$$

$$\mathbf{+ 32{,}22b_{16} ++ 27{,}45b_{17} + 27{,}1d_{17} + 5{,}3b_{18})}$$

Kada uzmemo u obzir da kod veće nabavke sirovina S1, S7, S9 i S17 postoje količinski popusti, ograničenja su sljedeća:

1) $0{,}394x_3 + 0{,}613x_4 - b_1 - d_1 = 0$
2) $0{,}0342x_3 + 0{,}0532x_4 - b_2 = 0$
3) $0{,}0131x_3 + 0{,}0203x_4 - b_3 = 0$
4) $0{,}002x_3 + 0{,}003x_4 - b_4 = 0$
5) $0{,}002x_3 + 0{,}003x_4 - b_5 = 0$
6) $0{,}005x_3 + 0{,}009x_4 - b_6 = 0$
7) $0{,}003x_5 - b_7 - d_7 = 0$
8) $0{,}118x_1 + 0{,}151x_2 - b_8 = 0$
9) $0{,}099x_5 - b_9 - d_9 = 0$
10) $0{,}124x_6 - b_{10} = 0$

11) $0{,}002x_5x_5 - b_{11} = 0$

12) $0{,}099x_5 + 0{,}124x_5 + 0{,}095x_9 - b_{12} = 0$

13) $0{,}862x_7 + 2{,}486x_8 - b_{13} = 0$

14) $0{,}246x_7 + 0{,}711x_8 - b_{14} = 0$

15) $0{,}028x_7 + 0{,}067x_8 - b_{15} = 0$

16) $0{,}004x_7 + 0{,}012x_8 - b_{16} = 0$

17) $0{,}011x_9 - b_{17} - d_{17} = 0$

18) $0{,}7603x_9 - b_{18} = 0$

Problem međusobne isključivosti varijabli b_1 i d_1, b_7 i d_7, b_9 i d_9 te b_{17} i d_{17}, rješava se uvođenjem novih 12 ograničenja.

19) $b_1 - 690\, y_1 \leq 0$

20) $d_1 - 700\, y_2 \geq 0$

21) $d_1 - 10000000\, y_2 \leq 0$

U tom slučaju ako je $y_1 = 0$, a $y_2 = 1$ imamo:

$b_1 \leq 0$, $d_1 \geq 700$ i $d_1 \leq 10000000$ (M – jako veliki pozitivni broj - ∞). Isto vrijedi i za sve ostale parove:

22) $b_7 - 63y_3 \leq 0$

23) $d_7 - 65y_4 \geq 0$

24) $d_7 - 10000000\, y_4 \leq 0$

25) $b_9 - 715\, y_5 \leq 0$

26) $d_9 - 720\, y_6 \geq 0$

27) $d_9 - 10000000\, y_6 \leq 0$

28) $b_{17} - 145y_7 \leq 0$

29) $d_{17} - 150\, y_8 \geq 0$

30) $d_{17} - 10000000y_8 \leq 0$

Ograničenja minimalne i maksimalne količine proizvodnje plastičnih cijevi ostaju nepromijenjena kao i u prethodnim primjerima pa slijedi:

$$x_1 \geq 7500$$

$$2000 \leq x_2 \leq 15000$$

$$1250 \leq x_3 \leq 2000$$

$$x_4 \geq 500$$

$$5000 \leq x_5 \leq 8500$$

$$x_6 \leq 29000$$

$$10000 \leq x_7 \leq 16000$$

$$x_8 \geq 9000$$

$$1000 \leq x_9 \leq 24000$$

Model mora zadovoljiti uvjete nenegativnosti:

$$x_j \geq 0 , \qquad j=1,2,3,..,9$$

Nakon što su prikupljeni svi potrebni podaci, funkcija cilja zajedno s ograničenjima se unosi u program WinQSB. Sljedeća slika prikazuje rezultate tj. optimalne količine proizvodnje cijevi u De Novo modelu s količinskim popustima:

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	7,500.0000	1.7600	13,200.0000	-1.2656	at bound
2	X2	2,000.0000	2.3500	4,700.0000	-1.5217	at bound
3	X3	1,250.0000	5.4800	6,850.0000	-2.6363	at bound
4	X4	500.0000	7.6700	3,835.0000	-4.9882	at bound
5	X5	5,000.0000	2.8900	14,450.0000	-0.3576	at bound
6	X6	29,000.0000	3.3800	98,020.0000	0	basic
7	X7	15,998.0000	13.5300	216,453.0000	0	basic
8	X8	19,846.0000	36.5700	725,768.2000	-1.7924	at bound
9	X9	24,000.0000	13.7500	330,000.0000	0	basic
10	b1	0	-6.4900	0	-0.3523	at bound
11	d1	799.0000	-6.3500	-5,073.6500	0	basic
12	b2	69.3500	-3.5600	-246.8860	0	basic
13	b3	26.5250	-33.0900	-877.7122	0	basic
14	b4	4.0000	-14.0500	-56.2000	0	basic
15	b5	4.0000	-29.7600	-119.0400	0	basic
16	b6	10.7500	-16.1700	-173.8275	0	basic
17	b7	0	-11.1800	0	-0.7045	at bound
18	d7	87.0000	-10.9000	-948.3000	0	basic
19	b8	1,187.0000	-10.1900	-12,095.5300	0	basic
20	b9	495.0000	-8.5900	-4,252.0500	0	basic
21	d9	0	-8.4500	0	0	basic
22	b10	3,596.0000	-6.0800	-21,863.6800	0	basic
23	b11	10.0000	-43.9000	-439.0000	0	basic
24	b12	6,371.0000	-3.5600	-22,680.7600	0	basic
25	b13	63,127.4300	-5.2100	-328,893.9000	0	basic
26	b14	18,046.0100	-0.7800	-14,075.8900	0	basic
27	b15	1,777.6260	-20.1900	-35,890.2700	0	basic
28	b16	302.1440	-32.2200	-9,735.0800	0	basic
29	b17	0	-27.4500	0	-0.8807	at bound
30	d17	264.0000	-27.1000	-7,154.4000	0	basic
31	b18	18,247.2000	-5.3000	-96,710.1600	0	basic
32	y1	0	0	0	0	at bound
33	y2	1.0000	0	0	0	basic
34	y3	0	0	0	0	at bound
35	y4	1.0000	0	0	0	basic
36	y5	1.0000	0	0	0	at bound
37	y6	0	0	0	0	basic
38	y7	0	0	0	0	at bound
39	y8	1.0000	0	0	0	basic
	Objective	Function	(Max.) =	851,989.9000		

Slika 7. Rješenje De Novo modela s količinskim popustima u programu WinQSB

Izvor: Izrada autora

Dobivena rješenja tj. optimalne količine proizvodnje svakog proizvoda su:

$$\mathbf{x_1 = 7500}$$

$$\mathbf{x_2 = 2000}$$

$$\mathbf{x_3 = 1250}$$

$$\mathbf{x_4 = 500}$$

$$\mathbf{x_5 = 8500}$$

$$\mathbf{x_6 = 29000}$$

$$\mathbf{x_7 = 15998}$$

$$\mathbf{x_8 = 19846}$$

$$\mathbf{x_9 = 24000}$$

U modelu De Novo programiranja s količinskim popustima, funkcija cilja odnosno profit znatno je porastao u usporedbi sa prethodnim modelima. Naime, on sada iznosi 851989,90 kn dok je profit u običnom De Novo modelu iznosio 656597,00 kn što predstavlja porast od čak 195392,90 kn. Najveći pomak se dogodio kod varijable x_8 čija se optimalna količina proizvodnje znatno povećala. Proizvodnja KCM 110x3000 cijevi (x_8) porasla je s 10459 u De Novo modelu na 19846 proizvoda u modelu s količinskim popustima. Budžet je u ovom modelu u potpunosti iskorišten.

Kako bi se proizvela optimalna količina proizvoda, potrebno je pribaviti sljedeće količine sirovina:

$b_1 = 0,00$

$d_1 = 799,00$

$b_2 = 69,35$

$b_3 = 26,525$

$b_4 = 4,00$

$b_5 = 4,00$

$b_6 = 10,75$

$b_7 = 0,00$

$d_7 = 87,00$

$b_8 = 1187,00$

$b_9 = 495,00$

$d_9 = 0,00$

$b_{10} = 3596,00$

$b_{11} = 10,00$

$b_{12} = 6371,00$

$b_{13} = 63127,43$

$b_{14} = 18046,01$

$b_{15} = 1777,626$

$b_{16} = 302,144$

$b_{17} = 0,00$

$d_{17} = 264,00$

$b_{18} = 18247,20$

Diskontna cijena sirovine tj. količinski popust, u ovom modelu je ostvaren kod triju sirovina. Sirovine S1, S7 te S17 se nabavljaju po diskontnim cijenama što znači da je naručena dovoljna količina sirovina da se ostvari popust. Primjerice, b_1 iznosi 0 što znači da se sirovina S1(PVC prah za drenažu) ne nabavlja iz skupljeg izvora, već da je ostvaren količinski popust. Popust je ostvaren ukoliko je narudžba praha veća od 700 kg, što je i potvrđeno jer je potrebno naručiti 799 kg (d_1) te sirovine. Količinski popust ostvaren je i kod sirovine S7 (masterbeč crni) gdje je potrebno nabaviti 87 kg što je veće od minimalne narudžbe koja uvjetuje popust. Ukoliko je naručena količina sirovine S17 (masterbeč sivi) veća od 150 kg, tada se ostvaruje količinski popust. Vidljivo je kako je uvjet zadovoljen ($b_{17} = 0$ i $d_{17} = 264$) postignut je popust pa se sivi masterbeč nabavlja po nižoj cijeni od 27,10 kn.

S druge strane, kada je u pitanju sirovina S9 (PEHD za korug. cijevi), količinski popust nije postignut. Količina koju je potrebno nabaviti kako bi se popust ostvario je 720 kg, a potrebna količina iznosi tek 495 kg.

U odnosu na prethodne primjere, mogućnost nabavke sirovina po nešto nižim cijenama tj. ostvarenje količinskih popusta, omogućilo je da se jednaki budžet iskoristi za nabavku veće količine sirovina te da se samim time poveća optimalna količina proizvodnje i profit.

6. ZAKLJUČAK

Kako maksimizirati profit? Pitanje je na koje svaka profitna organizacija tj. tvrtka želi pronaći odgovor. U proizvodnim poduzećima odgovor se može pronaći u matematičkim metodama optimizacije. Optimalno rješenje u vidu količine proizvodnje svakog pojedinog proizvoda ili potrebne nabavke sirovina postiže se primjenom metoda poput linearnog programiranja i De Novo programiranja. Upravo te dvije metode primijenjene su u ovom radu gdje se na primjeru proizvodnje plastičnih cijevi u poduzeću Alpro-att težilo ka optimizaciji proizvodnje cijevi na način da se maksimizira profit. Na temelju podataka o 9 proizvoda koje proizvodi tvrtka, sastavljeni su različiti optimizacijski modeli. Problemi su se rješavali u programu WinQSB koji procesuira podatke, analizira ih i na kraju prikazuje tj. interpretira.

Prije svega, iz interne evidencije tvrtke Alpro-att d.o.o. prikupljeni su podaci o njezinoj proizvodnji, poslovanju i sve informacije potrebne za oblikovanje optimizacijskih modela proizvodnje. Uz primjenu pravila linearnog programiranja, oblikovan je model u kojem je funkcija cilja bila maksimizacija profita na temelju proizvodnje plastičnih cijevi, a ograničenja su dana u vidu dostupnih zaliha sirovina. Upisom podataka u program WinQSB dobivena su cjelobrojna rješenja tj. optimalne količine proizvodnje svih vrsta cijevi čija proizvodnja maksimizira dobit. Funkcija cilja, odnosno profit, iznosi 455335,10 kn pri čemu se pet najprofitabilnijih proizvoda proizvodi u maksimalno dozvoljenim količinama. Vidljivo je kako je većina sirovina zapravo ostala neiskorištena, a da su tek tri sirovine (od njih 18) potpuno iskorištene. S obzirom na velike viškove sirovina, moglo se zaključiti da će povoljnija metoda programiranja biti ona u kojoj se „dizajnira“ optimalan sustav, a ne linearno programiranje u kojem se optimira postojeći.

Upravo „dizajniranje“ optimalnog sustava proizvodnje prikazalo se u modelu De Novo programiranja. Dok su zalihe sirovina predstavljale ograničenja u prethodnom modelu, u De Novo modelu sirovine je tek potrebno nabaviti. Jedino ograničenje je budžet tj. dostupna količina novca koja se može utrošiti za proizvodnju. Funkcija cilja u ovom primjeru iznosi 656597,00 kn tj. viša je za 201261,90 kn nego u prethodnom pri čemu je budžet u potpunosti iskorišten. Na taj način je potvrđena pretpostavka da će se bez ograničenja sirovina, budžet efikasnije iskoristiti. Viškova sirovina nema jer se one nabavljaju kasnije i to na temelju rješenja dobivenih iz De Novo modela. Kada su u pitanju optimalne količine proizvodnje, one se uvelike razlikuju od prijašnjih jer se sada četiri proizvoda proizvode u minimalnim količinama, a tri u maksimalnim dozvoljenim.

U treći i četvrti model optimizacije proizvodnje u ovom radu, uvele su se različite cijene sirovina ovisno o količini narudžbe. Prvo je oblikovan De Novo model s rastućim troškovima sirovina u kojem se veća količina narudžbe četiri sirovine nabavljala po višim cijenama. U prethodnim slučajevima funkcija cilja je predstavljala maksimizaciju profita, a u ovom se ona računala kao razlika prihoda i ukupnih troškova materijala. Očekivano, vrijednost funkcije cilja u modelu s rastućim troškovima sirovina je manja nego u običnom De Novo modelu zbog nabavke određene količine sirovina po višim cijenama. Optimalna količina proizvodnje cijevi je ostala vrlo slična, ali je zbog većih troškova došlo do smanjenja profita koji je u ovom slučaju iznosio 640959,00 kn što je za 15638,00 kn manje nego kada su cijene sirovina bile konstantne.

Posljednji model je bio De Novo model s količinskim popustima u kojem se na veću količinu naručenih sirovina ostvaruje popust na čitavu narudžbu. Količinski popust bilo je moguće ostvariti pri nabavci četiri vrste sirovina, a nakon rješavanja modela vidljivo je kako je on ostvaren pri narudžbi triju sirovina. Jedna preostala sirovina se i dalje nabavlja po početnoj cijeni jer nije ostvarena potrebna količina narudžbe za ostvarenje popusta. Funkcija cilja je bitno porasla pa sad profit iznosi 851989,90 kn. Nabavke sirovina po nižim cijenama omogućile su da se budžet efikasnije iskoristi te da se poveća optimalna količina proizvoda, a posljedično i profit.

Nakon što su primijenjeni koncepti linearnog i De Novo programiranja, može se zaključiti kako je oblikovanje sustava bolje rješenje od optimiranja postojećeg. Relativna jednostavnost primjene ovih modela omogućuje da ih ova pa i ostale tvrtke koriste u svome poslovanju kako bi mogle predvidjeti troškove i kako bi bolje planirali proizvodnju i nabavku zaliha.

LITERATURA

1. Alpro-att (2019): Tvrtka. Dostupno na: http://www.alpro-att.hr (21.05.2019.)
2. Alpro-att (2019): Proizvodi. Dostupno na: http://www.alpro-att.hr/proizvodi.asp(21.05.2019.)
3. Babić, Z. (2010.): Linearno programiranje, Ekonomski fakultet, Split.
4. Babić, Z. (2017): Modeli i metode poslovnog odlučivanja, Ekonomski fakultet, Split.
5. Babić, Z., T. Perić, Ž. Mandić (2017): Optimization of Production Plan in the Metal Industry by the Use of De Novo Programming, Proceedings of the 9th International Working Conference - Total Quality Management – Advanced And Intelligent Approaches, Belgrade, Serbia, str. 126-132.
6. Babić, Z., T. Perić, B. Marasović (2017): Production Planning in the Bakery Via De Novo Programming Approach, Proceedings of the 14th International Symposium on Operations Research, SOR '17, Bled, Slovenia, str. 481-486.
7. Barković, D. (2002) Operacijska istraživanja, Osijek.
8. Brožová, H. & Vlach, M.. (2019): Optimal Design of Production Systems: Metaoptimization with Generalized De Novo Programming, Proceedings of the ICORES 2019, International Conference on Operations Research and Enterprise Systems, Prague, Czech Republic, str. 473-480.
9. Chakraborty, S., Bhattacharya (2013): Optimal System Design under Multi-Objective Desicion Making Using De Novo Concept: A New Approach, International Journal of Computer Applications, Vol. 63, No. 12, str. 20-27.
10. Čerić V., Varga, M. (2004): Informacijska tehnologija u poslovanju, Elemental, Zagreb.
11. Fiala, P. (2011): Multiobjective De Novo Linear Programming. Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum Naturalium. Mathematica, Vol. 50, No. 2., str. 29-36.
12. Haider, Z., Fareed, R., Tariq, M.B. et al. (2016): Application of Linear Programming for Profit Maximization: A Case of Paints Company, Pakistan. International Journal of Management Sciences and Business Research, Dec-2016 ISSN(2226-8235) Vol-5, Issue 12, str. 144-151.
13. Khan, I., Bajuri, N., Jadoon, I.A.(2011): Optimal production planning for ICI Pakistan using linear programming and sensitivity analysis. International Journal of Business and Social Science, str. 206-212.

14. Plastika Haluža (2019): Ekstruzija. Dostupno na: http://www.plastika-haluzan.hr/ekstruzija/ (23.05.2019.)
15. Sarjono, H., M.L. Salim, A.T. Suprapto (2015): Production planning optimization using de novo programming at ceramics company in Indonesia, OIDA International Journal of Sustainable Development 08:11, str . 57-62.
16. Schulze, M.A. (1998): Linear Programming for Optimization; Perspective Scientific Instruments Inc., USA.
17. Tang, S.(1999). Linear Optimization in Applications. Hong Kong: Hong Kong University Press, HKU.
18. Umarusman, N., Turkmen, A. (2013): Building Optimum Production Settings using De Novo Programming Problems, International Journal of Computer Applications, Vol 82, No. 18, str. 12-15.
19. Velinov, A. (2018). Practical application of Simplex method for solving linear programming problems. Balkan journal of Applied Mathematics and Informatics, 1(1), str. 7–15.
20. Wolfram Math World (2019): Simplex Method . Dostupno na: http://mathworld.wolfram.com/SimplexMethod.html (24.05.2019.)
21. Zelenika, R. (2000.): Metodologija i tehnologija izrade znanstvenog i stručnog djela, str. 309-408.
22. Zeleny, M. (1998): Multiple Criteria Desicion Making: Eight Concepts of Optimality, Human Systems Management, 17(2), str. 97-107.
23. Zeleny, M. (2005): The Evolution of Optimality: De Novo Programming, C.A. Coello et al. (Eds.): EMO 2005, LNCS 3410, str. 1-13.

POPIS TABLICA

POPIS SLIKA

SAŽETAK

Uspješnom i profitabilnom poslovanju teži svako poduzeće. Profit proizvodnog poduzeća ovisi o količini i načinima proizvodnje pri čemu se on želi maksimizirati. Postoje brojne metode optimizacije kojima se proizvodnja može optimirati, a glavna okosnica ovog rada je postizanje maksimizacije profita na stvarnom primjeru uz primjenu koncepata linearnog programiranja i De Novo programiranja. Koncepti su primijenjeni na podacima prikupljenim iz tvrtke Alpro-att koja primarno bavi proizvodnjom plastičnih cijevi. Cilj rada je prikazati načine oblikovanja optimizacijskih modela, načine rješavanja istih te interpretacije dobivenih rezultata kako bi se pripomoglo u donošenju ispravnih poslovnih odluka. Primijenjeni su modeli linearnog programiranja, De Novo programiranja, De Novo programiranja s rastućim troškovima sirovina te De Novo programiranja s količinskim popustima. Rješavanjem svih četiriju modela dobiveni su različiti optimalni modeli proizvodnje plastičnih cijevi u kojima se ostvaruje maksimalan profit.

Ključne riječi: PROIZVODNJA PLASTIČNIH CIJEVI, LINEARNO PROGRAMIRANJE, DE NOVO PROGRAMIRANJE

SUMMARY

Every company aspires to be more successful and profitable. The goal is to maximize the profit in a manufacturing company which depends on the quantity and methods of production. There are numerous optimization methods for achieving production optimization but the main purpose of this paper is achievement of profit maximization on a real-life example by applying the concepts of linear programming and De Novo programming. In order to apply these concepts the data was collected from internal records of the company Alpro-att, which is primarily involved in the production of plastic pipes. This paper was written to present ways of forming, solving and interpreting optimization models of the obtained results in order to assist in making the right business decisions. Models of linear programming, De Novo programming, De Novo programming with increasing cost of raw materials and De Novo programming with quantity discounts were applied. After solving these problems, diverse optimal models of plastic pipe production in which maximum profit is obtained were achieved.

Keywords: PRODUCTION OF PLASTIC PIPES, LINEAR PROGRAMMING, DE NOVO PROGRAMMING