SVEUČILIŠTE U SPLITU

EKONOMSKI FAKULTET

ZAVRŠNI RAD

OPTIMIZIRANJE PROGRAMA PROIZVODNJE PODUZEĆA „DALMATINSKI SIREVI“

Mentor: **Student:**

Prof. dr. sc. Zoran Babić **Katarina Skelin**

Split, rujan 2019.

SADRŽAJ

1. UVOD

Proizvodnja mlijeka i sireva u Hrvatskoj ima dugu tradiciju. Hrvatska se smatra značajnom riznicom tradicijskih sireva koji su nastali samoniklo na nekom području kao posljedica tradicije i prehrambenih navika lokalnog stanovništva. Raznolikost i specifičnost tih sireva uvjetovana je klimatskim obilježjima nekog područja te tradicijom hranidbe i držanja mliječne stoke kao i tehnologijom/recepturom prerade mlijeka u sir. Na mnogim područjima tradicija prerade mlijeka zadržala se do današnjeg dana, ne samo zbog potražnje lokalnog stanovništva za autohtonim sirevima, već i zbog nemogućnosti otkupa/prodaje mlijeka. U zemljama EU potiče se autohtona proizvodnja sireva jer se time čuva tradicija, smanjuju se viškovi sireva na tržištu i potiče se ekstenzivan način proizvodnje u malim serijama na tradicionalan način. Također je važno napomenuti sve veći interes potrošača sireva koji se javlja među domaćom i turističkom populacijom. Oni traže specifične sireve koji se bitno razlikuju od od industrijskih po izgledu, teksturi, okusu i mirisu. Prirodna bogatstva Hrvatske i čistoća okoliša je na zavidnoj razini u odnosu na većinu zemalja EU, te duga tradicija bavljenja poljoprivredom i stočarstvom, omogućuju domaćem stanovništvu proizvodnju visokokvalitetnih proizvoda koji u pogledu zdrave prehrane i u ekonomskom pogledu mogu potpuno zadovoljiti potrebe tržišta.

Republika Hrvatska sa zemljopisnim i klimatskim posebnostima svoga nizinskog, planinskog i primorskog područja ima i posebne vrste sireva u svakom području. Ujedno, zaštita tradicionalnih sireva za svaku pojedinu zemlju ogleda se kroz ekološku zaštitu okoliša i poticanju lokalnog stanovništva na proizvodnju visoko kvalitetnih sireva koji se razlikuju od industrijski proizvedenih.

Daljnja istraživanja, te organizacija bolje proizvodnje na pojedinim lokalitetima, omogućila bi ponovni razvoj stočarstva i u onim krajevima gdje je nekad to bila važna gospodarska grana (npr. otoci, planinska područja itd.), a i prepoznavanje Hrvatske u turističkoj i gastronomskoj ponudi, te plasman na strana tržišta.

Zaštita i poticanje proizvodnje autohtonih sireva na tradicionalan način, posljedica je nove agrikulturne politike EU. Takvom politikom nastoji se proširiti trgovinska razmjena i smanjiti zalihe industrijski proizvedenih mliječnih proizvoda, zaštiti proizvod od nestajanja i imitacija, te pomoći potrošaču u prepoznavanju specifičnog karaktera proizvoda. Istovremeno, želi se stimulirati određeni vid ekstenzivne poljoprivredne proizvodnje koja pridonosi očuvanju okoliša, zaštiti biološke raznolikosti i zaštiti ruralnih područja.

1.1. O „Dalmatinski sirevi“

Dalmatinski sirevi d.o.o osnovani su 18. listopada 2016. godine sa sjedištem u Splitu. Prema Nacionalnoj klasifikaciji djelatnosti registrirani su za Djelatnost mljekara i proizvođača sira. U zakup su uzeli pogon tvrtke u stečaju Mils-Mljekara Split d.d. te nastavili dugogodišnju tradiciju proizvodnje mliječnih proizvoda. Na tržište plasiraju svježi sir, mliječni namaz, jogurt, mileram, maslac, tvrde i polutvrde sireve, kuhani sir, škripavac te kravlju i ovčju skutu. Suradnju ostvaruju sa svim većim trgovačkim kućama specijaliziranim za prodaju mješovite prehrambene robe u Dalmaciji, a u novije vrijeme potiču otvaranje vlastitih prodajnih mjesta u sklopu tržnica. Kao cilj poslovanja navode konstantno unapređenje poslovanja te proizvodnju visoko kvalitetnih proizvoda uz domaći štih, bez dodavanja aditiva i konzervansa u procesu proizvodnje. Također planiraju proširiti tržište poslovanja na područje cijele Republike Hrvatske kao i na područje Europske Unije.

1.2.Vrste i sastav sira

Sir je prehrambeni proizvod koji se dobija koagulacijom bjelančevina u mlijeku i vrhnju. Proizvodi se dodavanjem fermenta sirila (kimozin) mlijeku ili ukiseljavanjem mlijeka djelovanjem bakterija koje mliječni šećer vrenjem pretvaraju u mliječnu kiselinu.

Sirevi se općenito dijele po vrsti mlijeka (npr. kravlji, kozji, ovčji), konzistenciji (meki, tvrdi) i načinu koagulacije (slatki, kiseli). Ima stotine vrsta sireva. Razne vrste i ukusi sireva su proizvod korištenja raznih vrsta bakterija i plijesni, različitih količina mliječne masnoće, razlike u dužini starenja, različitih obrada i raznih vrsta krava, ovaca, ili ostalih sisavaca. Ostali činitelji uključuju prehranu životinja i dodavanje sredstva za aromatiziranje poput bilja, začina, ili dima od drveta. Da li je mlijeko pasterizirano ili nije također može imati utjecaj na okus.

Za neke sireve, mlijeko je zgusnuto koristeći kiseline poput octa ili soka limuna. Većina sireva, međutim, su ukiseljeni u manjem stupnju bakterijama, koje pretvaraju mekušac u mliječnu kiselinu te onda do kraja zgusnute dodatkom reneta. Renet je enzim tradicionalno dobiven iz obloga stomaka mlade stoke, ali se sada proizvodi i u laboratorijima. Nadomjesni "povrtni reneti" su također izlučeni od raznih vrsta *Cynara* - čičak porodice.

Sir se jede i kuhan i nekuhan, sam ili sa drugim sastojcima. Prilikom grijanja, većina sireva se topi. Neki sirevi, poput *Raclette*, se tope postepeno; mnogi drugi sirevi se također mogu topiti postepeno uz prisustvo kiseline ili škroba. *Fondue* sa vinom, koje služi kao kiselina, je dobar primjer jela sa postepeno istopljenim sirom. Ostali sirevi postanu elastični i ljepljivi dok se tope. Neki sirevi se nejednako tope jer im se masti odvoje dok se griju, dok neki sirevi zgusnuti sa kiselinama, poput *halloumia, paneera, i ricotte,* se nikako ne tope i postaju još čvršći dok se kuhaju.

1.3.Proizvodnja sira

Sir je tvrdi ili polutvrdi proizvod mlijeka koji se dobiva zgrušavanjem i odvajanjem čvrste materije iz mlijeka od tekuće (sirutka). Što više sirutke odvojimo, to dobivamo tvrđi sir. Sir se dobiva postepenim zagrijavanjem mlijeka pri čemu mliječni šećer uslijed fermentacije prelazi u mliječnu kiselinu te dolazi do odvajanja kazeina od sirutke. Za ubrzanje i proboljšanje procesa sirenja, mlijeku se dodaje sirište koje u sebi sadrži enzim renin (Rennin) ili cimozin (Chymosin).

Po završenom procesu sirenja, cijeđenjem se odvaja sirutka, dodaje se sol radi ukusa i zaustavljanja procesa. Zatim se sir oblikuje stavljanjem u kalupe. Oblik i veličina kalupa zavisi od proizvođača do proizvođača i po tome se obično prepoznaju sorte sira. Sir u kalupu ostaje nekoliko sati, a zatim se ostavlja da zrije. Pored soli nekim vrstama sira dodaju se i drugi začini, posebno mirisne trave, kao i neke vrste povrća (paprika ili bijeli luk).

1.4. Problem i predmet istraživanja

Glavni problem istraživanja i općenito problem kod bilo koje proizvodnje jest kako odrediti koliko jedinica pojedinog proizvoda treba proizvesti s ciljem da se ukupni neto prihod maksimizira. Tako će se i u ovom radu nastojati doći do brojki koje će trošak svesti na minimum, a prihod maksimizirati na način da će se optimizirati proizvodnja sira. Sve to utjecat će na položaj poduzeća na tržištu jer uz optimalnu proizvodnju poduzeće smanjuje troškove rada, sirovina i općenito se efikasnije koriste resursi.

Predmet istraživanja ovog rada bazira se na činjenici da postojeće količine i sirovine iskoristimo na najbolji mogući način te da ih što efikasnije raspoređujemo u proizvodnji. Tako ćemo na primjeru proizvodnje sireva koristiti metodu linearnog programiranja koja će pokazati trenutno stanje, ali i moguće nedostatke ako ih u ovom slučaju ima. Sve to moglo bi pridonijeti maksimizaciji prihoda, odnosno smanjenju postojećih troškova.

2. POJAM LINEARNOG PROGRAMIRANJA

2.1.Problem linearnog programiranja

Kada se govori o problemu linearnog programiranja tada se najčešće u obzir uzimaju količine proizvoda uz koje će se ukupni prihod maksimizirati. Problem matematičkog programiranja definira se na sljedeći način:

(1) $$\mathrm{Max(Min)}\ \{f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \mid X \in S\}$$

Dakle, radi se o određivanju maksimuma (ili minimuma) neke funkcije od n varijabli

f $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, gdje je X vektor iz prostora R^n kojemu su te varijable komponente, tj.[1]

(2) $$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Oznaka f označava funkciju cilja ili kriterija, dok vektor X pripada nekom skupu S. Skup kojem pripada vektor X naziva se skup mogućih rješenja, a općenito je $S \subseteq R^n$. Ukoliko je $S = R^n$, radi se o optimalizaciji bez ograničenja, tj. vektor X može biti bilo koji vektor iz prostora R^n.[2]

[1] Babić,Z(2010.): Linearno programiranje, Ekonomski fakultet, Split, str. 70.
[2] Babić,Z(2010.): Linearno programiranje, Ekonomski fakultet, Split, str. 70.

Ukoliko je f (x_1,x_2 , … , x_n) linearna funkcija od n varijabli (dakle, u njoj su sve varijable na prvu potenciju i nema umnožaka varijabli) a ograničenja koja definiraju skup S su također linearna, tada je problem (1) problem linearnog programiranja (LP).[3]

Kod linearnog programiranja, ovisno o tome da li se želi maksimizirati prihod ili minimizirati troškove problem može biti problem maksimuma ili pak problem minimuma.

2.2. Standardni problem

Standardni problem maksimuma prepoznaje se po ograničenjima koja su sva označena znakom „≤“ , a on je sljedećeg oblika:

(3) $\text{Max} \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

(4) $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i, i=1,2,\ldots,m$

(5) $x_j \geq 0,\ j=1,2,\ldots,n$

Dakle standardni problem maksimuma LP ima n varijabli i m ograničenja, koja su sva tipa „≤“. [4]

Problem prikazan u matričnom obliku izgleda ovako:

(3’) $\text{Max} C^T X$

(4’) $AX \leq B$

(5’) $X \geq 0$

[3] Babić,Z(2010.): Linearno programiranje, Ekonomski fakultet, Split, str. 70- 71.

[4] Babić,Z(2010.): Linearno programiranje, Ekonomski fakultet, Split, str. 71.

$$X=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\ \\x_n\end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix}c_1\\c_2\\ \\c_n\end{bmatrix},\ A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & & a_{1n}\\a_{21} & a_{22} & & a_{2n}\\ & & & \\a_{m1} & a_{m2} & & a_{mn}\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}b_1\\b_2\\ \\b_m\end{bmatrix}$$

Pri tome je X vektor varijabli tipa (n, 1), C vektor koeficijenata uz varijable u funkciji cilja tipa (n, 1), A matrica sustava ograničenja tipa (m, n) I B vektor desne strane ograničenja tipa (m, 1).[5]

Problem linearnog programiranja je moguć ako postoji barem jedan vektor X koji zadovoljava uvjete (4) i (5). Takav vektor zove se mogući vektor ili moguće rješenje danog problema linearnog programiranja.[6]

(6) $S=\{X\in R^n / AX\leq B,\ X\geq 0\}$

Ovakav skup naziva se skup mogućih rješenja.

Mogući vektor je optimalan ako maksimizira linearnu funkciju (3), tj. X* je optimalan (optimalno rješenje problema LP), ako vrijedi:[7]

(7) $C^T X^* = \mathrm{Max}\, C^T X,\ X\in S$

Za svaki problem maksimuma postoji dual originalnog problema, a svaki takav problem naziva se problem minimuma. U tom slučaju ne znači da početni problem nije mogao biti problem minimum, tada bi njegov dual bio problem maksimuma.

Standardni problem minimuma javlja se u sljedećem obliku:

(8) Min $\sum_{1} y\, b$

[5] Babić,Z(2010.): Linearno programiranje, Ekonomski fakultet, Split, str. 72.
[6] Babić,Z(2010.): Linearno programiranje, Ekonomski fakultet, Split, str. 72.

[7] Babić,Z(2010.): Linearno programiranje, Ekonomski fakultet, Split, str. 72.

(9) $\sum_{=1} y\, a \quad \geq c \quad , \; j = 1,2, \dots , n$

(10) $y \;\geq\; 0, i = \; 1,2, \dots \; , m$

Matrični oblik:

(8’) Min $Y \;\; B$

(9’) $\mathrm{Y} \;\; \mathrm{A} \;\geq\; \mathrm{C}$

(10’) $\mathrm{Y} \;\geq\; 0$

U dualu se javlja jedan novi vektor, vektor varijabli Y, tipa(m, 1). U dualu postoji n broj ograničenja i m varijabli, odnosno u dualu je vektor varijabli Y ∊ R . Standardni problem minimum, pored toga, ima sva ograničenja tipa “≥”. Dual dualnog problema je ponovo originalni problem, tako da je sasvim svejedno koji je problem original, a koji dual.[8]

2.3. Kanonski problem

Ono što čini razliku između standardnog i kanonskog problema jest to da su u kanonskom problemu sva ograničenja u obliku jednadžbi (osim uvjeta nenegativnosti).

Oblik je sljedeći:

(11) $\mathrm{Max(Min)}C^{T}X$

(12) $AX=B$

(13) $X \geq 0$

Standardni i kanonski problem su ekvivalentni u smislu da se jedan od njih uvijek može transformirati u drugi. Na prvom primjeru transformiramo u standardni problem maksimuma.

[8] Babić,Z(2010.): Linearno programiranje, Ekonomski fakultet, Split, str. 73.

Ako uvjet (12) $AX = B$ zamijenimo sa dva ekvivalentna uvjeta u obliku nejednadžbi :

(12') $AX \leq B$

$- AX \leq -B$

dobit ćemo početni uvjet $AX = B$, ali smo umjesto kanonskog dobili standardni problem.

Ako pak želimo standardni problem pretvoriti u kanonski tada ćemo nejednadžbu $AX \leq B$ zamijeniti sa:

(14) $AX + U = B$

te sljedećim zahtjevom:

(15) $U \geq 0$

Naime, budući da smo željeli nejednadžbu pretvoriti u jednadžbu, morali smo lijevoj strani te nejednadžbe dodati neku nenegativnu veličinu, tj. vektor $U \geq 0$.[9]
Komponente vektora X nazivaju se strukturnim varijablama, dok se primjerice vektor U naziva vektorom dodanih ili osljabljenih varijabli. Takve oslabljene varijable ne pojavljuju se u funkciji cilja te nemaju utjecaj na izbor optimalnog rješenja.
Na drugom primjeru transformiramo standardni problem minimuma u kanonski problem.
S obzirom da je kod ograničenja problema minimum lijeva strana veća ili jednaka desnoj, u ovom slučaju oduzimat ćemo nenegativnu veličinu s lijeve strane :

(16) $Y^T A - V^T = C^T$

(17) $V \geq 0$

ponovno uz uvjet nenegativnosti.

[9] Babić,Z(2010.): Linearno programiranje, Ekonomski fakultet, Split, str. 89.

Komponente vektora V nazivaju se I varijable viška.

2.4. Opći problem LP

Ono što čini razliku između općeg i standardnog problema je to što ograničenja mogu biti i tipa "≥" i tipa "≤", ali mogu se pojaviti i jednadžbe. Pored toga, neke varijable mogu, a neke ne moraju imati ograničenja nenegativnosti.[10]

Uobičajeno je da se opći problem maksimuma prevede u oblik gdje su sve nejednadžbe tipa "≤", a u općem problem minimuma sve nejednadžbe se prevode u "≥".[11]

Definirat ćemo sljedeće skupove:

(18) $M=\{1,2,\ldots,m\}$ skup indeksa za ograničenja

(19) $N=\{1,2,\ldots,n\}$ skup indeksa svih nepoznanica

Neka je $S\subseteq M$ odnosno skupa u kojem se nalaze indeksi svih ograničenja tipa "≤", u komplementu tog skupa nalaze se indeksi onih ograničenja koja su jednadžbe tj.

$$^{C}S = M\backslash S$$

Neka je $T\subseteq N$ odnosno skupa u kojem se nalaze indeksi svih onih varijabli koje imaju ograničenje nenegativnosti, u komplementu se nalazeindeksi varijabli koje nemaju ograničenje nenegativnosti tj.

$$^{C}T = N \backslash T.$$

Neka je nadalje

A^i i-ti redak matrice A; i=1, 2, …, m, a

A j-ti stupac matrice A; j=1, 2 , …, n.[12]

[10] Babić,Z(2010.): Linearno programiranje, Ekonomski fakultet, Split, str. 107-108.
[11] Babić,Z(2010.): Linearno programiranje, Ekonomski fakultet, Split, str. 108.
[12] Babić,Z(2010.): Linearno programiranje, Ekonomski fakultet, Split, str. 109.

U tom slučaju problem u matričnom obliku izgleda ovako:

(20) $\mathrm{Max} C^T X$

(21) $A^i X \leq b_i$, $i \in S$

(22) $A^i X = b_i$, $i \in {}^c S$

(23) $x_j \geq 0$, $j \in T$

Ako se dogodi da je S = M i T = N , tada će opći problem postati standardni problem.

U slučaju da je S= , problem će postati kanonski.

Dual općeg problema linearnog programiranja ima oblik:

(24) $\mathrm{Min} Y^T B$[13]

(25) $Y^T A_j \leq c_j$, $j \in T$

(26) $Y^T A_j = c_j$, $j \in {}^C T$

(27) $x_j \geq 0$, $i \in S$

Svako ograničenje dualnog problema odgovara odgovara jednoj varijabli originalnog problema. Ako je u originalu varijabla x_j imala ograničenje nenegativnosti ($j \in T$), tada će j-to ograničenje u dualu biti tipa "≥" , a ako varijabla x_j u originalu nije imala ograničenje nenegativnosti ($j \in {}^C T$) , tada je odgovarajuće ograničenje u dualu jednadžba.

3. PRIMJENA LINEARNOG PROGRAMIRANJA KOD PODUZEĆA „DALMATINSKI SIREVI“

Na primjeru poduzeća "Dalmatinski sirevi" primijenit ćemo metodu linearnog programiranja kako bismo optimizirali proizvodnju. Za početak smo iz ponude poduzeća uzeli 8 proizvoda

[13] Babić,Z(2010.): Linearno programiranje, Ekonomski fakultet, Split, str. 110.

prema kojima ćemo formirati model. Proizvodi, zajedno sa podacima uzetima iz interne evidencije poduzeća prikazani su u sljedećoj tablici.

Tablica 1: Popis proizvoda

Oznaka	Naziv proizvoda	Težina u kg	Donja granica (kom)	Gornja granica (kom)	Neto prodajne cijene (u kn)	Trošak po komadu (u kn)	Profit (u kn)
x1	Trapist	1	950	1500	35,00	21,931	13,07
x2	Lećevački sir	1	1000	2100	83,70	60,573	23,13
x3	Dinara ovčji/kravlji sir	1	1200	2700	57,50	31,266	26,23
x4	Lećevački tvrdi kravlji sir	1	1600	2700	51,99	23,906	28,08
x5	Studenački sir	1	900	1500	54,80	30,366	24,43
x6	Skuta kravlja	0,25	1000	2000	11,99	1,122	10,87
x7	Skuta ovčja	0,25	1000	2000	10,99	1,222	9,77
x8	Škripavac	0,25	900	1400	17,99	4,839	13,15

Izvor: Interni podaci poduzeća "Dalmatinski sirevi"

U tablici su prikazani sljedeći proizvodi:

- Trapist
- Lećevački sir
- Dinara ovčji/kravlji sir

- Lećevački tvrdi kravlji sir
- Studenački sir
- Skuta kravlja
- Skuta ovčja
- Škripavac

Za svaki pojedini proizvod dodane su vrijednosti težine (u kg), donja i gornja granica proizvodnje na tjednoj bazi, neto prodajne cijene (u kn), trošak po komadu (u kn) te profit (u kn).

Popis sirovina koje se koriste za proizvodnju spomenutih 8 proizvoda nalazi se u sljedećoj tablici. U tablici se također nalaze oznake svake pojedine sirovine, njihov naziv, mjerna jedinica, stanje na zalihama te cijena sirovine.
Za izvođenje modela potrebni su nam još i podaci o utrošcima sirovina po jedinici proizvoda koje ćemo prikazati u tablici 3.

Tablica 2: Popis sirovina

Oznaka	Naziv sirovine	Mjerna jedinica	Stanje na zalihama	Cijena sirovine
S1	Mlijeko	L	72300,00	2,00 kn
S2	Sol morska	gr	89600,00	0,00 kn
S3	CHY Max P. Extra 500g	gr	720,00	0,61 kn
S4	TOC-20 (50-U)	gr	2426,00	0,86 kn
S5	Kultura RSF-638 (500g)	gr	2930,00	0,52 kn
S6	Kalcij klorid	gr	1700,00	0,01 kn
S7	Delvozyme granulat	gr	3021,00	0,94 kn
S8	Ovčje mlijeko	L	7000,00	10,35 kn
S9	Prirodno sirilo životinjsko	gr	950,00	0,94 kn
S10	Kultura DSM-HT 10e/20	gr	220,00	27,40 kn
S11	RSF 638	gr	490,00	0,52 kn
S12	Kultura DVS CH-N11/500g	gr	120,00	0,44 kn
S13	Ocat alkoholni	L	200,00	4,94 kn
S14	Premaz za tvrdi sir	kg	78,00	0,21 kn

Izvor: interni podaci poduzeća "Dalmatinski sirevi"

Tablica 3: Utrošci sirovina po jedinici proizvoda

	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14
	Mlijeko	Sol morska	CHY Max P. Extra 500g	TOC-20 (50-U)	Kultura RSF-638 (500g)	Kalcij klorid	Delvozyme granulat	Ovčje mlijeko	Prirodno sirilo životinjsko	Kultura DSM-HT 10e/20	RSF 638	Kultura DVS CH-N11/500g	Ocat alkoholni	Premaz za tvrdi sir
x1	9,5	1,6	0,152	0,238	0,475	2,47	0,19							0,006
x2	4,675	1,6				2,21	0,425	3,825	0,272	0,017	0,426			0,006
x3	8,1	1,6		0,9		2,34	0,45	0,9	0,288					0,006
x4	9,5	1,6	0,152	0,238	0,475	2,47	0,19							0,006
x5	9,5	1,6			0,76	2,47	0,38		0,304			0,095		0,006
x6	0,45	28											0,028	
x7		23						0,388					0,023	
x8	2,333	16,666	0,03	0,116		0,607								

Izvor: interni podaci poduzeća "Dalmatinski sirevi"

Nakon što smo prikazali popis proizvoda, sirovine za proizvodnju proizvoda te utroške po jedinici proizvoda, sljedeći korak je odrediti funkciju cilja. Ono što je, u ovom slučaju, postavljeno kao cilj jest maksimizacija profita. U cilju postizanja maksimizacije profita bit će uključeno samo 8 proizvoda koje smo prethodno prikazali.

Funkcija cilja ima sljedeći oblik:

$Maxz = 13{,}07x_1 + 23{,}13x_2 + 26{,}23x_3 + 28{,}08x_4 + 24{,}43x_5 + 10{,}87x_6 + 9{,}77x_7 + 13{,}15x_8$

Količine sirovina su ograničene stanjem na zalihama:

Mlijeko, kao sirovina se koristi za proizvodnju proizvoda x_1 (Trapist), x_2(Lećevački sir), x_3(Dinara ovčji/kravlji) , x_4 (Lećevački tvrdi kravlji sir), x_5 (Studenački sir), x_6(Skuta kravlja)i x_8(Škripavac). Kako bi se uspostavila ograničenja, potrebno je uzeti u obzir stanje sirovine Mlijeko na zalihama koje iznosi 72300 litara. Utrošci sirovina i zalihe sirovina daju sljedeće ograničenje:

S1 $9{,}5x_1 + 4{,}675x_2 + 8{,}1x_3 + 9{,}5x_4 + 9{,}5x_5 + 0{,}45x_6 + 2{,}333x_8 \leq 72300{,}00$

Na isti način su definirana i sva ostala ograničenja pa slijedi:

S2 $1{,}6x_1 + 1{,}6x_2 + 1{,}6x3 + 1{,}6x4 + 1{,}6x5 + 28x6 + 23\,x7 + 16{,}666x8 \leq 89600{,}00$

S3 $0{,}152x_1 + 0{,}152x_4 + 0{,}03x_8 \leq 720{,}00$

S4 $0{,}238x_1 + 0{,}9x_3 + 0{,}234x_4 + 0{,}116x_8 \leq 2426{,}00$

S5 $0{,}475x_1 + 0{,}475x_4 + 0{,}76x_5 \leq 2930{,}00$

S6 $2{,}47x_1 + 2{,}21x_2 + 2{,}34x_3 + 2{,}47x_4 + 2{,}47x_5 + 0{,}607x_8 \leq 17000{,}00$

S7 $0{,}19x_1 + 0{,}425x_2 + 0{,}45x_3 + 0{,}19x_4 + 0{,}38x_5 \leq 3021{,}00$

S8 $3{,}825x_2 + 0{,}9x_3 + 0{,}388x_7 \leq 7000{,}00$

S9 $0{,}272x_2 + 0{,}288x_3 + 0{,}304x_5 \leq 950{,}00$

S10 $0{,}017x_2 \leq 220{,}00$

S11 $0{,}426x_2 \leq 490{,}00$

S12 $0{,}095x_5 \leq 120{,}00$

S13 $0{,}028x_6 + 0{,}023x_7 \leq 200{,}00$

S14 $0{,}006x_1 + 0{,}006x_2 + 0{,}006x_3 + 0{,}006x_4 + 0{,}006x_5 \leq 78{,}00$

Postoje i ograničenja minimalne i maksimalne tjedne količine proizvodnje u poduzeću Dalmatinski sirevi d.o.o.

Za proizvod x_1 odnosno trapist postoje ograničenja minimalne i maksimalne količine proizvodnje pa slijedi:

$$950 \leq x_1 \leq 1500$$

Ostali proizvodi imaju sljedeća ograničenja:

$$1000 \leq x_2 \leq 2100$$

$$1200 \leq x_3 \leq 2700$$

$$1600 \leq x_4 \leq 2700$$

$$900 \leq x_5 \leq 1500$$

$$1000 \leq x_6 \leq 2000$$

$$1000 \leq x_7 \leq 2000$$

$$900 \leq x_8 \leq 1400$$

Potrebno je zadovoljiti i uvjet nenegativnosti zbog čega slijedi:

$$x_j \geq 0 \,, \qquad j = 1,2,3,..,8.$$

Za rješavanje će se koristiti računalni program WINQSB. Optimalne količine proizvodnje trebaju biti cjelobrojne zbog čega će se koristiti opcija INTEGER. Kada se ograničenja i raspoložive količine unesu u računalni program dobije se sljedeći izgled sustava:

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Direction	R. H. S.
Maximize	13.07	23.13	26.23	28.08	24.43	10.87	9.77	13.15		
C1	9.5	4.675	8.1	9.5	9.5	0.45		2.333	<=	72300
C2	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	28	23	16.666	<=	89600
C3	0.152			0.152				0.03	<=	720
C4	0.238		0.9	0.238				0.116	<=	2426
C5	0.475			0.475	0.76				<=	2930
C6	2.47	2.21	2.34	2.47	2.47			0.607	<=	17000
C7	0.19	0.425	0.45	0.19	0.38				<=	3021
C8		3.825	0.9				0.388		<=	7000
C9		0.272	0.288		0.304				<=	950
C10		0.017							<=	220
C11		0.426							<=	490
C12					0.095				<=	120
C13						0.028	0.023		<=	200
C14	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006				<=	78
LowerBound	950	1000	1200	1600	900	1000	1000	900		
UpperBound	1500	2100	2700	2700	1500	2000	2000	1400		
VariableType	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer	Integer		

Slika 1: Ulazni podaci za linearno programiranje u programu WinQSB

Izvor: Izrada autora

Nakon što smo u program WinQSB unijeli potrebne podatke za rješavanje problema, dobivena rješenja prikazat ćemo na sljedećoj slici.

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	X1	950.0000	13.0700	12,416.5000	13.0700	at bound
2	X2	1,000.0000	23.1300	23,130.0000	23.1300	at bound
3	X3	1,289.0000	26.2300	33,810.4700	26.2300	at bound
4	X4	2,695.0000	28.0800	75,675.6000	0	basic
5	X5	900.0000	24.4300	21,987.0000	24.4300	at bound
6	X6	1,001.0000	10.8700	10,880.8700	10.8700	at bound
7	X7	1,548.0000	9.7700	15,123.9600	9.7700	at bound
8	X8	902.0000	13.1500	11,861.3000	0	basic
	Objective	Function	(Max.) =	204,885.7000		
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1	C1	60,848.2100	<=	72,300.0000	11,451.7800	0
2	C2	89,599.1300	<=	89,600.0000	0.8691	0
3	C3	581.1000	<=	720.0000	138.9000	0
4	C4	2,132.2420	<=	2,426.0000	293.7579	0
5	C5	2,415.3750	<=	2,930.0000	514.6250	0
6	C6	16,999.9200	<=	17,000.0000	0.0762	0
7	C7	2,039.6000	<=	3,021.0000	981.4001	0
8	C8	5,585.7240	<=	7,000.0000	1,414.2760	0
9	C9	916.8320	<=	950.0000	33.1680	0
10	C10	17.0000	<=	220.0000	203.0000	0
11	C11	426.0000	<=	490.0000	64.0000	0
12	C12	85.5000	<=	120.0000	34.5000	0
13	C13	63.6320	<=	200.0000	136.3680	0
14	C14	41.0040	<=	78.0000	36.9960	0

Slika 2: Optimalno rješenje problema linearnog programiranja proizvodnje sireva

Izvor: Izrada autora

Na prethodnoj slici prikazana su optimalna rješenja modela linearnog programiranja.

Optimalne količine proizvodnje iznose:

$$\mathbf{x_1 = 950}$$

$$\mathbf{x_2 = 1000}$$

$$\mathbf{x_3 = 1289}$$

$$\mathbf{x_4 = 2695}$$

$$\mathbf{x_5 = 900}$$

$$\mathbf{x_6 = 1001}$$

$$\mathbf{x_7 = 1548}$$

$$\mathbf{x_8 = 902}$$

Iz dobivenih rezultata možemo primjetiti kako su proizvodi $\mathbf{x_4}$ i x_7 najprofitabilniji jer su optimalne količine proizvodnje bliže maksimalnim količinama proizvodnje. Ostali prozvodi bliži su minimalnim količinama proizvodnje. Zaključujemo da se ne proizvode količine maksimalnog kapaciteta. Vrijednost funkcije cilja iznosila bi 204885,7 kn ukoliko bi se proizvodila optimalna količina. Dopunske varijable pokazuju kolika je količina svake sirovine utrošena i postoji li višak. Vrijednosti dopunskih varijabli ovog rješenja su:

$\mathbf{u_1}$*= 11451,78

$\mathbf{u_2}$*= 0,8691

$\mathbf{u_3}$*= 138,9

$\mathbf{u_4}$*= 293,76

$\mathbf{u_5}$*= 514,63

$\mathbf{u_6}$*= 0,08

$\mathbf{u_7}$*=981,4

$\mathbf{u_8}$*= 1414,28

$\mathbf{u_9}$*= 33,17

$\mathbf{u_{10}}$*= 203,00

$\mathbf{u_{11}}$*= 64,00

$\mathbf{u_{12}}$*= 34,5

$\mathbf{u_{13}}$*= 136,37

$\mathbf{u_{14}}$*= 37,00

$\mathbf{u_1}$* = 11451,78

Vrijednost dopunske varijable iznosi 11451,78 što znači da od dostupnih 72300,00 L mlijeka neiskorišteno ostaje 11451,78 L.

$\mathbf{u_2}$*= 0,8691

Vrijednost dopunske varijable iznosi 0,8691 što znači da od dostupnih 89600,00 g morske soli neiskorišteno ostaje svega 0,8691 g.

$\mathbf{u_3}$*= 138,9

Vrijednost dopunske varijable iznosi 138,9 što znači da od dostupnih 720 g sirovine CHY Max P. Extra 500g neiskorišteno ostaje 138,9 g.

$\mathbf{u_4}$*= 293,76

Vrijednost dopunske varijable iznosi 293,76 što znači da od dostupnih 2426,00 g sirovine TOC – 20 (50 – U) neiskorišteno ostaje 293,76 g.

$\mathbf{u_5}$*= 514,63

Vrijednost dopunske varijable iznosi 514,63 što znači da od dostupnih 2930,00 g proizvoda Kultua RSF-638 (500g) neiskorišteno ostaje 514,63 g.

$\mathbf{u_6}$*= 0,08

Vrijednost dopunske varijable iznosi 0,08 što znači da od dostupnih 1700,00 g proizvoda Kalcij klorid neiskorišteno ostaje svega 0,08 g.

u_7*=981,4

Vrijednost dopunske varijable iznosi 981,4 što znači da od dostupnih 3021,00 g proizvoda Delvozyme granulat neiskorišteno ostaje 981,4 g.

u_8*= 1414,28

Vrijednost dopunske varijable iznosi 1414,28 što znači da od dostupnih 7000 L ovčjeg mlijeka neiskorišteno ostaje 1414,28 L.

u_9*= 33,17

Vrijednost dopunske varijable iznosi 33,17 što znači da od dostupnih 950 g prirodnog životinjskog sirila neiskorišteno ostaje 33,17 g.

u_{10}*= 203,00

Vrijednost dopunske varijable iznosi 203,00 što znači da od dostupnih 220,00 g proizvoda Kultura DSM-HT 10e/20 neiskorišteno ostaje 203,00 g.

u_{11}*= 64,00

Vrijednost dopunske varijable iznosi 64,00 što znači da od dostupnih 490,00 g proizvoda RSF 638 neiskorišteno ostaje 64,00 g.

. **u_{12}***= 34,5

Vrijednost dopunske varijable iznosi 34,5 što znači da od dostupnih 120 g proizvoda Kultura DVS CH-N11/500g neiskorišteno ostaje 34,5 g.

$\mathbf{u_{13}}$*****= 136,37

Vrijednost dopunske varijable iznosi 136,37 što znači da od dostupnih 200 L alkoholnog octa neiskorišteno ostaje 136,37 L.

$\mathbf{u_{14}}$*****= 37,00

Vrijednost dopunske varijable iznosi 37,00 što znači da od dostupnih 78 kg premaza za tvrdi sir neiskorišteno ostaje 37,00 kg.

Prethodne vrijednosti kazuju da postoji dosta sirovina koje se ne koriste na optimalan način, te da se vidi problem pri planiranju proizvodnje. Najveće razlike između dostupnih količina i neiskorištenih količina vidljive su kod proizvoda u_7, u_8, u_{10}, u_{13} i u_{14}., odnosno postoje veliki viškovi. Također, neke su sirovine gotovo potpuno iskorištene pri proizvodnji pojedinog proizvoda poput sirovina u_2 i u_6.

4. ZAKLJUČAK

Kao i svako drugo proizvodno poduzeće, “Dalmatinski sirevi” također se susreću s pitanjem planiranja proizvodnje i samih sirovina. Kako bi se što više povećala efikasnost i što više smanjili troškovi, primjerice viškova, koji predstavljaju trošak za poduzeće, u cilju svakog poduzeća je proizvoditi sa što većom iskorištenošću postojećih kapaciteta. Tako se i poduzeće čije smo podatke u ovom radu koristili susreće sa pitanjem kako maksimizirati profit i troškove svesti na minimum.

Iz podataka uzetih iz interne evidencije poduzeća oblikovan je model koji je za funkciju cilja imao maksimizaciju profita na primjeru proizvodnje sireva. Postavljena ograničenja odnosila su se na raspoložive zalihe sirovina za proizvodnju. Kao što smo imali priliku vidjeti kroz izradu rada, postoje proizvodi koji su za poduzeće najprofitabilniji, pa se stoga najviše i proizvode. U ovom slučaju, takva dva proizvoda su Lećevački tvrdi kravlji sir i Ovčja skuta, a proizvode se u maksimalno dozvoljenim količina koje su izražene na tjednoj bazi. Profit, odnosno funkcija cilja iznosi 204885,7 kn.

Za tržište mliječnih proizvoda moglo bi se reći da je jako zasićeno, vlada borba konkurentskih poduzeća, koji u “lovanju” svog udjela na tržištu poduzimaju sve moguće radnje kako bi opstali I širili svoje poslovanje. Postoje domaći proizvodni pogoni koji predstavljaju jaku konkurenciju poduzeću “Dalmatinski sirevi”, ali također I strani proizvođači čiji se proizvodi uvoze na domaće tržište. Kao malo proizvodno poduzeće, “Dalmatinski sirevi” uspješno se nose s konkurencijom, a najviše zahvaljujući kvaliteti svojih proizvoda kao I dugogodišnjom tradicijom na koju je stavljen naglasak njihovih proivoda.

Ovo poduzeće naglasak bi u budućnosti svoje proizvodnje trebalo staviti na širenje tržišta jer za to postoji potencijal. Također, trebalo bi težiti boljem isorištavanju svojih kapaciteta, kao I boljem iskorištavanju sirovina u procesu proizvodnje. Moglo bi se također reći da poduzeće konstantno ostvaruje rast prihoda iz godine u godinu te je očigledno da se nalazi u fazi rasta I razvoja. Ta činjenica trenutačno ide u prilog samom poduzeću, ali u budućnosti će biti potrebno sve više pažnje usmjeravati ka optimizacij proizvodnje.

Primjenom modela linearnog programiranja, moguće je na relativno jednostavan način poboljšati svoje poslovanje, smanjiti troškove te proizvodnju učiniti efikasnijom I efektnijom.

Kao ovom, tako i svakom drugom poduzeću koje se bavi proizvodnjom, linearno programiranje na uvid će dati korisne informacije u gledu proizvodnje, sirovina i profita. Povremenim provjerama i praćenjem rezultata rada može se na vrijeme otkriti i spriječiti uzrok opadanja profita, rasta troškova i sl.

LITERATURA

1. Babić, Z. (2010.): Linearno programiranje, Ekonomski fakultet, Split.
2. Dalmatinski sirevi (2019.): Tvrtka. Dostupno na: https://www.dalmatinskisirevi.hr/
3. Dalmatinski sirevi (2019.): Tvrtka. Proizvodi. Dostupno na: https://www.dalmatinskisirevi.hr/proizvodi/
4. Fininfo.hr (2019): Poduzeće. Dostupno na: https://www.fininfo.hr/Poduzece/Pregled/dalmatinski-sirevi/Detaljno/678321
5. Poslovni plan poduzeća „Dalmatinski sirevi“ za 2017. Godinu

POPIS TABLICA

POPIS SLIKA

SAŽETAK

U ovom radu razradili smo pitanje linearnog programiranja kod proizvodnje, u ovom slučaju proizvodnje sireva. Linearno programiranje sa svojom svrhom da maksimizira dobit korištenjem optimalnih količina pri proizvodnji bilo je osnova ovog rada. Detaljno smo u teoretskom smislu raspisali problem linearnog programiranja te vrste problema. Praćeni teorijom, definicijama i teoremima linearnog programiranja stvarne brojke ubacili smo u model koji optimizira sustav proizvodnje. Optimizacija programa proizvodnje dala je uvid u stanje poduzeća u smislu količine proizvodnje pojedinih proizvoda, količine sirovina, iskorištenosti kapaciteta što je ustvari i bio cilj ovog rada. Ova metoda zasigurno je od velike pomoći pri donošenju odluka u poslovanju, smanjenju troškova te težnji ka maksimizaciji profita, a primjenjiva je na primjerima proizvodnih poduzeća.

Ključne riječi: PROIZVODNJA SIREVA, LINEARNO PROGRAMIRANJE, OPTIMIZACIJA PROIZVODNJE

SUMMARY

In this paper, we elaborate on the issue of linear programming in production, cheese production to be excact. Linear programming is a tool for maximizing profit by using optimum quantities in production. The linear programming problem theoretically explained as well as the types of this problem. Accompanied by the theory, definitions and theoremes of linear programming, we put the real numbers into a model that optimizes the production system. The optimization of the production program us gave insight into the state of the enterprise in terms of the quantity of production of individual products, the amount of raw materials, the utilization of capacity, which was actually the aim of this paper. This method is certainly very helpful in making business decisions, reducing costs and striving for profit maximization, and is applicable to manufacturing companies.

Keywords: CHEESE PRODUCTION, LINEAR PROGRAMMING, PRODUCTION OPTIMIZATION