

# PRIMJENA MARKOWITZEVOG MODELA U FORMIRANJU MJEŠOVITOG PORTFELJA

---

**Radovančić, Antonia**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2015**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Split, Faculty of economics Split / Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:124:044324>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-12**

*Repository / Repozitorij:*

[REFST - Repository of Economics faculty in Split](#)



**SVEUČILIŠTE U SPLITU**  
**EKONOMSKI FAKULTET SPLIT**

**DIPLOMSKI RAD**

**PRIMJENA MARKOWITZEVOG MODELA U  
FORMIRANJU MJEŠOVITOG PORTFELJA**

**Mentor:**

**Prof. dr. sc. Zdravka Aljinović**

**Student:**

**univ.bacc.oec Antonia Radovančić**

**Split, prosinac 2015.**

# SADRŽAJ

<b>1. UVOD</b> .....	<b>4</b>
1.1. Problem istraživanja .....	4
1.2. Predmet istraživanja .....	7
1.3. Hipoteze .....	7
1.4. Svrha i ciljevi istraživanja .....	8
1.5. Metode istraživanja .....	8
1.6. Doprinos istraživanja .....	9
1.7. Struktura rada .....	10
<b>2. MARKOWITZEV MODEL OPTIMIZACIJE PORTFELJA</b> .....	<b>11</b>
2.1. Teorijske odrednice Markovitzewog modela .....	11
2.1.1. Prinos portfelja .....	12
2.1.2. Očekivana vrijednost prinosa portfelja .....	15
2.1.3. Varijanca prinosa portfelja .....	16
2.1.4. Funkcija korisnosti .....	18
2.2. Efikasna granica .....	21
2.3. Kritike i doprinosi Markowitzevog modela .....	24
<b>3. FORMIRANJE MJEŠOVITOG PORTFELJA NA HRVATSKOM TRŽIŠTU KAPITALA</b> .....	<b>26</b>
3.1. Temeljne odrednice hrvatskog tržišta kapitala .....	26
3.2. Indexi Zagrebačke burze .....	28
3.3. Nedostatci Hrvatskog tržišta kapitala i rizik nelikvidnosti .....	33
3.4. Formiranje dioničkog portfelja i izračun odnosa prinosa i rizika dioničkog portfelja .....	35
3.5. Formiranje mješovitog portfelja i izračun odnosa prinosa i rizika mješovitog portfelja .....	42
<b>4. FORMIRANJE MJEŠOVITOG PORTFELJA NA NJEMAČKOM TRŽIŠTU KAPITALA</b> .....	<b>49</b>
4.1. Povijesni razvoj i obilježja frankfurtske burze .....	49
4.2. Formiranje dioničkog portfelja i izračun odnosa prinosa i rizika dioničkog portfelja .....	52
4.3. Formiranje mješovitog portfelja i izračun odnosa prinosa i rizika na njemačkom tržištu kapitala .....	59

**5. USPOREDBA ODNOSA PRINOSA I RIZIKA MJEŠOVITOG  
PORTFELJA NA NJEMAČKOM I HRVATSKOM TRŽIŠTU KAPITALA  
66**

<b>6. ZAKLJUČAK.....</b>	<b>68</b>
<b>SAŽETAK.....</b>	<b>70</b>
<b>SUMMARY.....</b>	<b>71</b>
<b>LITERATURA.....</b>	<b>72</b>
<b>POPIS SLIKA.....</b>	<b>75</b>
<b>POPIS TABLICA.....</b>	<b>76</b>

# 1. UVOD

## 1.1. Problem istraživanja

Portfelj se definira kao linearna kombinacija ulagačkih instrumenata. Pod pojmom ulagačkog instrumenta možemo smatrati, u širokom smislu, bilo kakve vrijednosne papire<sup>1</sup>.

Za investitora je prilikom formiranja portfelja vrijednosnica ključan odnos prinosa i rizika. Cilj investitora je maksimalan prinos uz prihvatljivu razinu rizika, odnosno onu razinu rizika koju je investitor spreman prihvatiti kako bi ostvario željeni prinos.

Budući da je tržište kapitala sklono čestim promjenama potrebno je formirati portfelj koji će biti najotporniji na različite uvjete na tržištu kojima će biti izložen. Tržišni rizik naziva se još sistemski rizik, odnosno rizik kojeg nije moguće izbjeći u potpunosti. Pokazuje stupanj sistemskog kretanja prinosa dionice povezanog s kretanjem prinosa ukupnog tržišta vrijednosnica<sup>2</sup>.

Na rizik koji nosi portfelj također utječe i broj vrijednosnica u portfelju. Veći broj vrijednosnica umanjuje rizik kojem se izlaže investitor, budući da se ne fokusira na rizik i prinos koji nosi pojedina vrijednosnica već cijeli portfelj. Diversifikacija portfelja odnosno formiranje portfelja kombinirajući vrijednosnice iz različitih sektora umanjiti će vjerojatnost nastupa gubitka. Na mogućnost diversifikacije portfelja utječu različite turbulencije na tržištu. Za vrijeme mirnih perioda na tržištu kapitala korelacija koja se javlja između vrijednosnica je mala što omogućava uspješnu diversifikaciju portfelja. S druge strane turbulentnost tržišta rezultirat će porastom korelacije između vrijednosnica te otežati diversifikaciju portfelja<sup>3</sup>.

Pozitivna korelacija između vrijednosnica u portfelju nije poželjna budući da povećava rizičnost samog portfelja. Ukoliko su vrijednosnice pozitivno korelirane, kreću se zajedno, odnosno ukoliko jedna ima negativan povrat ima ga i druga, s njom pozitivno korelirana vrijednosnica. S druge strane, negativna koreliranost je dobar indikator. Naime, ukoliko su

---

<sup>1</sup>Sabolić D. (2013): "Suvremena teorija portfelja i CAPM model", bilješke s predavanja, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računalstva Zagreb, str.225

<sup>2</sup>Milovanović-Morić B., Čurković M. (2014): "Utjecaj svjetske financijske krize na formiranje multisektorski diverzificiranih optimalnih portfelja uz pomoć Markowitzove teorije na zagrebačkoj burzi", Ekonomska misao i praksa br. 1., str.392

<sup>3</sup>Kunovac D. (2010): "Asimetrične korelacije na tržištu kapitala u Hrvatskoj", Odabrani prijevodi br.7/11, Institut za javne financije, str. 2

vrijednosnice negativno korelirane, negativni povrat jedne ujedno implicira pozitivan povrat druge vrijednosnice čime se volatilnost portfelja smanjuje.

Kako bi se formirao optimalan portfelj vrijednosnica koristi se Markowitzev model optimizacije portfelja. Harry Max Markowitz 1952. godine uvodi "Modernu teoriju portfelja"(eng. Modern Portfolio Theory). Markowitzev model predstavlja značajan napredak u financijskom modeliranju, te je temelj moderne teorije portfelja<sup>4</sup> za koju je Harry Markowitz 1990. godine dobio Nobelovu nagradu za ekonomiju. Markowitzev model temelji se na pronalasku ravnoteže, odnosno optimalnog odnosa između prinosa i rizika. Zahvaljujući Markowitzevom modelu moguće je formirati portfelj koji na određenom stupnju rizika donosi najveći prinos, te također za određenu razinu prinosa nosi minimalan rizik.

Za investitora je najvažnije ostvariti što veći prinos, no visoki prinos ne smije biti jedini kriterij prilikom formiranja portfelja. Investiranje u vrijednosnicu koja nosi najveći prinos rezultirat će visokim rizikom s kojim će se nositi investitor. Markowitzev model formira se na način da se postavi donja granica prinosa portfelja i tada se iz skupa mogućih portfelja izabere onaj koji ima minimalan rizik ili se postavi gornja granica prihvatljivog rizika te se tada izabere portfelj koji uz zadani rizik nosi najveći prinos<sup>5</sup>.

U ovom radu istražiti će se primjenom Markowitzevog modela kako dodavanje obveznica u portfelj dionica može utjecati na odnos prinosa i rizika. Odnosno može li mješoviti portfelj investitoru omogućiti ostvarivanje očekivanog prinosa uz manji rizik. Kao primjer koristit će se usporedba dva značajno različita tržišta kapitala, Hrvatskog i Njemačkog.

Hrvatsko tržište kapitala posljednjih je godina doživjelo značajne promjene. Spajanje Zagrebačke i Varaždinske burze, tehnološke promjene u smislu uvođenja novog sustava trgovanja, povećana uloga i opseg djelovanja nadzorne agencije, sedam uspješnih IPO-ova ( Prva javna ponuda odnosno postupak prvog izlaska novih dionica na primarna tržišta kapitala) veliki su pomaci u razvoju tržišta kapitala male tranzicijske zemlje<sup>6</sup>.

Unatoč činjenici da je hrvatsko tržište kapitala doživjelo značajne pozitivne promjene, veliku prepreku razvoju tržišta predstavlja visoka nelikvidnost tržišta. Navedena nelikvidnost tržišta rezultira nedostatkom stabilnih i visokih dnevnih prometa, visokoj volatilnosti cijena dionica,

---

<sup>4</sup> Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z., Marasović, B., 2006. Matematički modeli u financijskom upravljanju. Split: Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str 1

<sup>5</sup> Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z., Marasović, B., 2006. Matematički modeli u financijskom upravljanju. Split: Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str. 13

<sup>6</sup> Benić V., Franić I. (2008): "Komparativna analiza likvidnosti tržišta kapitala hrvatske i zemalja regije", Financijska teorija i praksa 32 (4), str 482

postojanju mnogih nelikvidnih dionica te mogućnosti utjecaja na cijenu pri velikim transakcijama.

Za razliku od hrvatskog tržišta kapitala razvijena tržišta kapitala u koja ubrajamo i njemačko tržište kapitala karakterizira visoka likvidnost koja omogućuje izvršavanje transakcija značajnih količina uz vrlo mali utjecaj na cijenu<sup>7</sup>.

Njemačko tržište kapitala jedno od najvećih i najvažnijih tržišta u Europi, brojne zemlje središnje i istočne Europe imaju jake trgovinske veze sa Njemačkom, što čini njemačko tržište kapitala znatno razvijenijim i aktivnijim od hrvatskog. Značajne varijacije u kretanju pokazatelja likvidnosti koje se javljaju na različitim tržištima kapitala u Europskoj Uniji označava znatno veći rizik. Izuzetak među ovim zemljama je Njemačka, iako je i njemačko tržište osjetilo posljedice financijske krize kroz određeno pogoršanje likvidnosti, no neusporedivo s krizom na hrvatskom tržištu.

U daljnjem istraživanju uvidjet će se kako značajne razlike između ovih tržišta kapitala utječu na odnos prinosa i rizika u mješovitom portfelju.

---

<sup>7</sup> Benić V., Franić I. (2008): "Komparativna analiza likvidnosti tržišta kapitala hrvatske i zemalja regije", *Financijska teorija i praksa* 32 (4), str. 482

## 1.2. Predmet istraživanja

Predmet ovog istraživanja je korištenje Markowitzevog modela optimizacije portfelja u formiranju mješovitog portfelja kako bi se utvrdio utjecaj dodavanja obveznica u portfelj dionica na odnos prinosa i rizika. Kako bi se opravdalo korištenje Markowitzevog modela ispitat će se normalnost distribucije. Očekuje se normalnija distribucija prinosa na njemačkom tržištu kapitala.

Kroz rad će se pokazati kako je moguće maksimizirati očekivani prinos uz gornju granicu na rizik ili kako minimizirati rizik uz donju granicu na očekivani prinos. Osnovni koncept u takvim razmatranjima je smanjivanje rizika pomoću diversifikacije portfelja vrijednosnica.

Također će se ispitati kako se razlikuje odnos prinosa i rizika mješovitog i dioničkog portfelja na njemačkom u odnosu na hrvatsko tržište kapitala, budući da je njemačko tržište bez obzira na pozitivne promjene na hrvatskom tržištu kapitala znatno razvijenije i aktivnije posebice u pogledu trgovanja obveznicama.

## 1.3. Hipoteze

Na temelju definiranog problema i predmeta istraživanja postavljaju se istraživačke hipoteze:

Radne hipoteze:

- Dodavanje obveznica u portfelj dionica rezultira ostvarivanjem očekivanog prinosa uz manji rizik.
- Odnos prinosa i rizika u mješovitom portfelju bolji je na njemačkom u odnosu na hrvatsko tržište kapitala.



#### 1.4. Svrha i ciljevi istraživanja

Na temelju postavljenog problema i predmeta istraživanja, te određivanja hipoteza, definiraju se ciljevi istraživanja.

Temeljni cilj ovog istraživanja je utvrditi postoji li razlika između prinosa i rizika koje nosi mješoviti portfelj, odnosno portfelj sastavljen kombinacijom dionica i obveznica, te prinosa i rizika koje nosi dionički portfelj. Također može li dodavanje obveznica u portfelj dionica rezultirati ostvarivanjem očekivanog prinosa uz manji rizik. Kako bi se utvrdio postavljeni cilj koristiti će se Markowitzev model optimizacije portfelja s ciljem stvaranja empirijske podloge za prihvaćanje ili odbacivanje definiranih hipoteza.

Također, cilj istraživanja je na temelju primjene Markowitzevog modela izračunati razlike u odnosu prinosa i rizika dioničkog portfelja, te mješovitog portfelja na njemačkom i hrvatskom tržištu kapitala.

#### 1.5. Metode istraživanja

U ovom radu će se u teorijskom dijelu koristiti opće znanstvene metode koje se koriste u znanstveno istraživačkim radovima kako bi se istražili rezultati znanstvenih istraživanja poput: metode indukcije koja predstavlja vrstu posrednog zaključka kod kojeg se polazi od pojedinačnog ka općem, odnosno ono što vrijedi za svaki pojedinačni slučaj jedne vrste vrijedi za cijelu vrstu. Metoda dedukcije (donošenje zaključaka od pojedinačnih sudova na opće); metoda sinteze koja je jedna od osnovnih metoda spoznaje, a predstavlja spajanje jednostavnijih misli u složene, metoda analize odnosno postupak istraživanja i objašnjavanja putem raščlanjivanja složenih zaključaka na znatno jednostavnije dijelove, metoda dokazivanja i opovrgavanja tj. metoda koje se koristi kod dokazivanja točnosti postavljenih hipoteza, te komparativna metoda kojom će se pojedini pojmovi uspoređivati kako bi se utvrdile njihove sličnosti i razlike.

U empirijskom dijelu rada koristit će se statističke i matematičke metode s ciljem prihvaćanja ili odbacivanja postavljenih istraživačkih hipoteza korištenjem MS Excela, kako bi se

izračunao prinos i rizik portfelja dionica te mješovitog portfelja i utvrdila njihova razlika na njemačkom i hrvatskom tržištu kapitala.

## 1.6. Doprinos istraživanja

Osnovna ideja Markowitzevog modela optimizacije portfelja poznata je obliku maksime: "Ne drži sva jaja u istoj košari"<sup>8</sup>. Zamisao je u diversifikaciji portfelja, odnosno sredstva koja su namijenjena ulaganju u rizičnu imovinu ne treba ulagati samo u jedan instrument, već u više njih<sup>9</sup>.

Markowitzev model optimizacije portfelja temelj je moderne teorije portfelja te je kao takav bio predmet istraživanja mnogih znanstvenika, koji su na različite načine olakšali razumijevanje ove tematike.

Formiranje mješovitog portfelja odnosno portfelja sastavljenog od različitih financijskih instrumenta u ovom slučaju dionica i obveznica doprinijeti će boljem razumijevanju razlike između prinosa i rizika koje nosi mješoviti portfelj u odnosu na dionički portfelj. Također kao primjer uzimaju se dva znatno različita tržišta kapitala hrvatsko i njemačko, stoga bi ovaj rad trebao doprinijeti razumijevanju razlika između znatno razvijenijeg i aktivnijeg njemačkog tržišta kapitala i hrvatskog tržišta kapitala, te razlika koje se javljaju u odnosu prinosa i rizika mješovitog portfelja na pojedinom tržištu.

---

<sup>8</sup> maksima Burtona G. Malkiela, Tomić-Plazibat N., Aljinović Z., Marasović B. (2006): "Matematički modeli u financijskom upravljanju", Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str. 1

<sup>9</sup> Sabolić D. (2013): "Suvremena teorija portfelja i CAPM model" , Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računalstva Zagreb, str. 225

## 1.7. Struktura rada

Rad je strukturiran tako da zajedno s uvodom i zaključkom sadrži 6 poglavlja.

U uvodnom dijelu rada postavljaju se problem i predmet istraživanja, definiraju se istraživačke hipoteze koje će kasnije kroz istraživanje biti prihvaćene ili će se odbaciti. Također se postavljaju ciljevi istraživanja, metode istraživanja te doprinos koji će ovaj rad imati.

Drugo poglavlje istraživanja posvećeno je Markowitzevom modelu optimizacije portfelja kroz koje će se utvrditi teorijske i matematičke odrednice Markowitzevog modela, te utvrditi postojeća i steći nova znanja o formiranju optimalnog portfelja.

Izbor dionica i obveznica, formiranje dioničkog i mješovitog portfelja primjenom Markowitzevog modela te izračun i grafički prikaz prinosa i rizika pojedinog portfelja na njemačkom i hrvatskom tržištu bit će prikazani kroz treće i četvrto poglavlje diplomskog rada.

Peto poglavlje odnosit će se na usporedbu dobivenih rezultata prinosa i rizika mješovitog portfelja na hrvatskom i njemačkom tržištu kapitala kako bi se utvrdilo postoji li razlika u prinosu koji se može ostvariti te riziku kojeg investitor mora preuzeti na navedenim tržištima kapitala.

Na samom kraju rada donijet će se zaključak mogu li se na temelju cjelokupnog istraživanja prihvatiti ili odbaciti početno postavljene istraživačke hipoteze.

## 2. MARKOWITZEV MODEL OPTIMIZACIJE PORTFELJA

### 2.1. Teorijske odrednice Markovitzewog modela

Harry Max Markowitz 1952. godine postavlja temelje "Moderne teorije portfelja". Markowitzev model temelji se na pronalasku ravnoteže, odnosno optimalnog odnosa između prinosa i rizika. Zahvaljujući Markovitzevom modelu moguće je formirati portfelj koji na određenom stupnju rizika donosi najveći prinos, te također za određenu razinu prinosa nosi minimalan rizik. Za svoja postignuća u razvoju moderne teorije portfelja Markowitz je 1990. godine dobio Nobelovu nagradu iz ekonomije.

Teorija polazi od pretpostavke da su investitori neskloni riziku, te kao takvi žele maksimizirati svoju korisnost odnosno bogatstvo na kraju vremenskog razdoblja. Između dvije vrijednosnice koje nose isti prinos investitor će uvijek izabrati onu koja nosi manji rizik gubitka, odnosno investitor je spreman preuzeti veći rizik isključivo ako će taj veći rizik njemu omogućiti značajno veći prinos. Racionalni investitor neće investirati u portfelj ukoliko postoji drugi portfelj s boljim karakteristikama prinosa i rizika, odnosno koji za isti nivo rizika donosi veći očekivani prinos.

Cilj svakoga investitora je ostvariti maksimalan prinos uz razinu rizika koju je spreman prihvatiti. Markowitz razvija teoriju u kojoj se rizik i prinos mogu uravnotežiti, odnosno formira se optimalan portfelj u kojem je jedan od dva ključna faktora fiksiran. Za zadanu razinu rizika ostvaruje se maksimalan prinos ili se za zadanu razinu prinosa ostvaruje minimalan rizik. Naravno ukoliko je investitor spreman preuzeti veći rizik prilikom ulaganja veća je i vjerojatnost ostvarivanja značajnijih profita.

Osnovna ideja Markovitzevog modela optimizacije portfelja poznata je u obliku maksime: "Ne drži sva jaja u istoj košari"<sup>10</sup>. Zamisao je u diversifikaciji portfelja, odnosno sredstva koja su namijenjena ulaganju u rizičnu imovinu ne treba ulagati samo u jedan instrument, već u više njih<sup>11</sup>. Kod formiranja portfelja poželjna je negativna korelacija između vrijednosnica u portfelju, kako bi u situacijama tržišne nestabilnosti gubitci koje ostvaruje jedna vrijednosnica

---

<sup>10</sup> maksima Burtona G. Malkiela, Tomić-Plazibat N., Aljinović Z., Marasović B. (2006): "Matematički modeli u financijskom upravljanju", Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str. 1

<sup>11</sup> Sabolić D. (2013): "Suvremena teorija portfelja i CAPM model", Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računalstva Zagreb, str. 225

bili neutralizirani prinosima druge vrijednosnice u portfelju. Pozitivna korelacija vrijednosnica u portfelju dovela bi do značajnih gubitaka za investitora u situacijama turbulencija i promjena na tržištu zbog toga što se vrijednosnice kreću zajedno što povećava volatilitet portfelja. Financijsko tržište je neizvjesno i sklono čestim i značajnim promjenama stoga je nužno izabrati onaj portfelj vrijednosnica koji će za investitora imati optimalan odnos prinosa i rizika.

Portfelj koji investitoru nosi maksimalan profit uz minimalan preuzeti rizik naziva se efikasan portfelj. Primjenom Markowitzevog modela investitor iz skupa mogućih portfelja izabire onaj portfelj koji je adekvatan s obzirom na njegovu ulagačku politiku, odnosno koji će mu omogućiti da ulaganjem ostvari postavljene ciljeve<sup>12</sup>.

### 2.1.1. Prinos portfelja<sup>13</sup>

Pretpostavka od koje se polazi je da investitor može ulagati u  $n$  različitih vrijednosnih papira u trenutku  $t=0$  i da ih posjeduje sve do trenutka  $t=T$ , pritom je riječ o statičkom modelu koji je neovisan o duljini trajanja vremenskog razdoblja. Pretpostavlja se također da nema transakcijskih troškova i da su vrijednosnice savršeno djeljive. Pretpostavka o beskonačnoj djeljivosti bolje je aproksimirana kod velikih portfelja institucionalnih investitora nego kod pojedinačnih investitora koji ima značajno manje portfelje.

Cijene vrijednosnice u trenutku  $t=0$  i trenutku  $t=T$  određuju prinos  $i$ -te vrijednosnice  $R_i$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ , u trenutku  $t=T$  preciznije ako je u trenutku  $t \in \{0, T\}$  cijena vrijednosnog papira  $P_i(0)$  odnosno  $P_i(T)$  tada se složeni kontinuirani prinos pojedinog vrijednosnog papira računa izrazom:

$$R_i = \ln \left( \frac{P_i(T)}{P_i(0)} \right) \quad (1)$$

---

<sup>12</sup> Aljinović Z., Marasović B., Šego B.(2011): "Financijsko modeliranje", Split: Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet, str. 138

<sup>13</sup> Bazirano na: Tomić-Plazibat N., Aljinović Z., Marasović B. (2006): "Matematički modeli u financijskom upravljanju", Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str. 2-7

A diskretni prinos izrazom:

$$R_i = \frac{[P_i(T) - P_i(0)]}{P_i(0)} \quad (2)$$

Kada je u promatranom razdoblju isplaćena dividenda za dionicu, tada se prinos iste dionice računa tako da se brojnicima navedenih izraza doda isplaćena dividenda. Razlikujemo prinos izračunat diskretnim i kontinuiranim ukamaćivanjem. Prinos izračunat kontinuiranim ukamaćivanjem uvijek je manji od prinosa izračunatog diskretnim ukamaćivanjem, razlika u rezultatu najčešće nije velika, posebno su male razlike kada se izračunava prinos za dnevne promjene cijene, a postaju izraženije kada se računaju za duža vremenska razdoblja.

Nadalje s  $\pi_i$  označavamo dio početnog uloga  $x$  investiranog u vrijednosnicu  $i$  u trenutku  $t=0$  to jest:

$$\pi_i = \frac{\psi_i P_i(0)}{x} \quad (3)$$

Gdje je  $\psi_i$  broj  $i$ -tih vrijednosnica kupljenih u trenutku  $t=0$ , a vektor  $\pi = (\pi_1 \dots \pi_n)'$  vektor portfelja investitora. Te vrijedi da je

$$\sum_{i=1}^n \pi_i = 1 \quad (4)$$

Izbor vektora portfelja u promatranom razdoblju ovisi o ukupnom prinosu ili prinosu portfelja u trenutku  $t=T$ .

$$R^n = \frac{X^n(T) - x}{x} \quad (5)$$

Gdje su  $X^n(T) = \sum_{i=1}^n \psi_i P_i(T)$  ukupna novčana sredstva dobivena prodajom dionica u trenutku  $t=T$ .

U situaciji diskretnog prinosa vrijedi  $R^n = \sum_{i=1}^n \pi_i R_i$ .

Također važno je napomenuti da  $\pi_i$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  mogu poprimiti negativne vrijednosti, ova situacija je moguća kod pojma kratke prodaje. Povijest investiranja temelji se na činjenici da je ulagaču u interesu kupiti vrijednosnicu po nižoj cijeni kako bi je kada njena vrijednost na tržištu poraste prodali po većoj cijeni i na taj način ostvarili određenu razinu dobiti. Kod kratke prodaje to nije slučaj, upravo suprotno investitor prodaje vrijednosnicu koja nije u njegovom vlasništvu odnosno posuđena je od treće osobe koja je u većini slučajeva broker, te se nada da će situacija na tržištu biti povoljna za njega odnosno da će cijena te iste vrijednosnice pasti te će je on onda otkupiti po nižoj cijeni. Vlasnik tog vrijednosnog papira mora odobriti kratku prodaju i pritom u svakom trenutku znati da se dogodila transakcija kratke prodaje te tko je novi vlasnik vrijednosnice. Investitor će ostvariti pozitivan prinos od prodaje vrijednosnice ukoliko su investitorski troškovi na kraju transakcije manji od cijene po kojoj je na početku prodao vrijednosni papir. Za razliku od situacije duge pozicije kada je cilj investitora zaraditi na način da kupi jeftino vrijednosnicu te ostvaruje zaradu rastom njene cijene na tržištu, u situaciji kratke prodaje pozitivan rezultat se postiže kada se vrijednost vrijednosnog papira na tržištu smanjuje.

### 2.1.2. Očekivana vrijednost prinosa portfelja<sup>14</sup>

S obzirom da je cijena vrijednosnice u nekom budućem trenutku  $t$  slučajna varijabla  $P_i(t)$  i prinos te iste vrijednosnice  $R_i(t)$  je slučajna varijabla.

Promatranjem vrijednosti prinosa koje imaju pojedini vrijednosni papiri u prošlosti možemo uočiti da oni slijede određenu distribuciju. Postavlja se pitanje kakva će biti distribucija prinosa ako su poznate funkcije distribucije prinosa pojedinih vrijednosnih papira?

Polazi se od pretpostavke da je distribucija prinosa portfelja te distribucija prinosa individualnih investicija normalna. To je pretpostavka koju je Markowitz i predvidio u svojim istraživanjima. Normalna distribucija je određena s dva pokazatelja aritmetičkom sredinom i standardnom devijacijom. Normalna distribucija predstavlja osnovu za izračunavanje vjerojatnosti određenog rezultata u nizu mjerenja. Cilj je pronalazak povezanosti aritmetičke sredine i standardne devijacije prinosa portfelja s odgovarajućim parametrima distribucije prinosa pojedinačnih vrijednosnih papira koji čine portfelj.

Očekivana vrijednost zbroja dviju slučajnih varijabli je jednaka zbroju očekivanih vrijednosti pojedine slučajne varijable tj. vrijedi  $E(X+Y) = E(X)+E(Y)$  također vrijedi da je očekivana vrijednost umnoška konstante i slučajne varijable jednaka umnošku konstante i očekivane vrijednosti slučajne varijable tj.  $E(\alpha X) = \alpha E(X)$  iz navedenog slijedi:

$$\mu_{\pi} = E(R_{\pi}) = E(\sum_{i=1}^n \pi_i R_i) = \sum_{i=1}^n \pi_i E(R_i) = \sum_{i=1}^n \pi_i \mu_i \quad (6)$$

Stoga možemo zaključiti da je očekivana vrijednost prinosa portfelja koji je sastavljen od  $n$  vrijednosnica vagana aritmetička sredina prinosa pojedinačnih ulaganja, pri čemu su ponderi udjeli individualnih vrijednosnica u portfelju definirani relacijom 3.

---

<sup>14</sup> Bazirano na Tomić-Plazibat N., Aljinović Z., Marasović B. (2006): "Matematički modeli u financijskom upravljanju", Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str. 7.



### 2.1.3. Varijanca prinosa portfelja<sup>15</sup>

Osnovni parametar uz prinos kod izbora portfelja jest rizik. Rizik se mjeri varijancom, odnosno standardnom devijacijom, tj. odstupanjem vrijednosti cijene dionica od njihove očekivane vrijednost<sup>16</sup>. Markowitzev model vodi se pretpostavkom normalnosti distribucije prinosa portfelja. Uz navedenu pretpostavku možemo donijeti zaključak da su rizičnije one dionice čije vrijednosti variraju više u odnosu na njihovu očekivanu vrijednost. Stoga se varijanca smatra prikladnom mjerom rizika portfelja.

Samo u situaciji kada je varijanca vrijednosnice jednaka nuli možemo reći da je ta ista vrijednosnica bezrizična u protivnom vrijednosnica sadrži rizik.

Rizik portfelja definiran je kao varijanca prinosa portfelja  $Var(R^n)$  koja je definirana izrazom:

$$Var(R^n) = \{E[(R^n)^2] - [E(R^n)]^2\} \quad (7)$$

Korištenjem linearnosti matematičkog očekivanja može se pokazati da je:

$$Var(R^n) = E[(R^n)^2] - [E(R^n)]^2 \quad (8)$$

Raščlanjivanjem navedenog izraza i upotrebom teorije očekivanja dobije se sljedeće:

$$Var(R^n) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \pi_i \sigma_{ij} \pi_j \quad (9)$$

$$\sigma_{ij} = Cov(R_i, R_j) = E(R_i, R_j) - E(R_i)E(R_j), i, j \in \{1, 2, \dots, n\}.$$

---

<sup>15</sup> Bazirano na Tomić-Plazibat N., Aljinović Z., Marasović B. (2006): "Matematički modeli u financijskom upravljanju", Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str. 8-10.

<sup>16</sup> Statman, M., (1987). "How Many Stocks Make a Diversified Portfolio?", The Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 22, No. 3, str. 353

Kovarijanca vrijednosnice sa samom sobom  $\sigma_{i,i}$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  može se tretirati kao varijanca prinosa te iste promatrane vrijednosnice.

$$\text{Var}(R_i) = E[(R_i)^2] - [E(R_i)]^2 = (R_i R_j) - E(R_i)E(R_j) = \text{Cov}(R_i, R_j) \quad (10)$$

Budući da je

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \pi_i \pi_j = 1 \quad (11)$$

Možemo reći da jednakost  $\text{Var}(R^n) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \pi_i \sigma_{ij} \pi_j$  izražava  $\text{Var}(R^n)$  kao vagani prosjek  $n^2$  varijanci i kovarijanci prinosa vrijednosnica u portfelju.

Za razliku od očekivane vrijednosti prinosa portfelja koja je linearna funkcija udjela investicija u portfelju, varijanca prinosa portfelja to nije. Razlog tome je što se moguće varijance prinosa oko očekivanih vrijednosti svake investicije ne moraju poklapati niti intenzitetom niti smjerom kretanja. Stoga će varijanca prinosa portfelja ovisiti o udjelima individualnih vrijednosnica u portfelju, varijancama prinosa navedenih vrijednosnica te korelaciji između prinosa tih vrijednosnica.

Upravo se zato diversifikacijom vrijednosnica u portfelju može reducirati izloženost investitora riziku. Nepostojanje korelacije između vrijednosnica u portfelju imati će pozitivan učinak na smanjenje rizičnosti istog.

#### 2.1.4. Funkcija korisnosti

Korisnost je sama po sebi subjektivna odnosno ima subjektivnu vrijednost za svakog pojedinca. Stoga nešto što za nekog pojedinca ima veliku korisnost za drugog pojedinca nema značajnu korisnost.

Poznati švicarski fizičar Bernoulli je postulirao S oblik krivulje korisnosti, konkavnu funkciju ukupnog bogatstva donositelja odluke da bi objasnio zašto su ljudi općenito neskloni riziku, te voljni pristati na niže naknade u zamjenu za sigurnost. Pretpostavlja racionalnost donositelja odluke u smislu da će donositelj odluke uvijek izabrati onu inačicu koja mu donosi najveću korisnost<sup>17</sup>.

Pri izboru vrijednosnica u portfelj investitor će uvijek gledati korisnost koju ima od pojedine vrijednosnice. Korisnost za investitora je ostvareni prinos. Cilj je postići veći prinos uz preuzimanje manjeg rizika. Investitor će prednost dati onoj vrijednosnici koja za isti ili slični prinos nosi manji rizik.

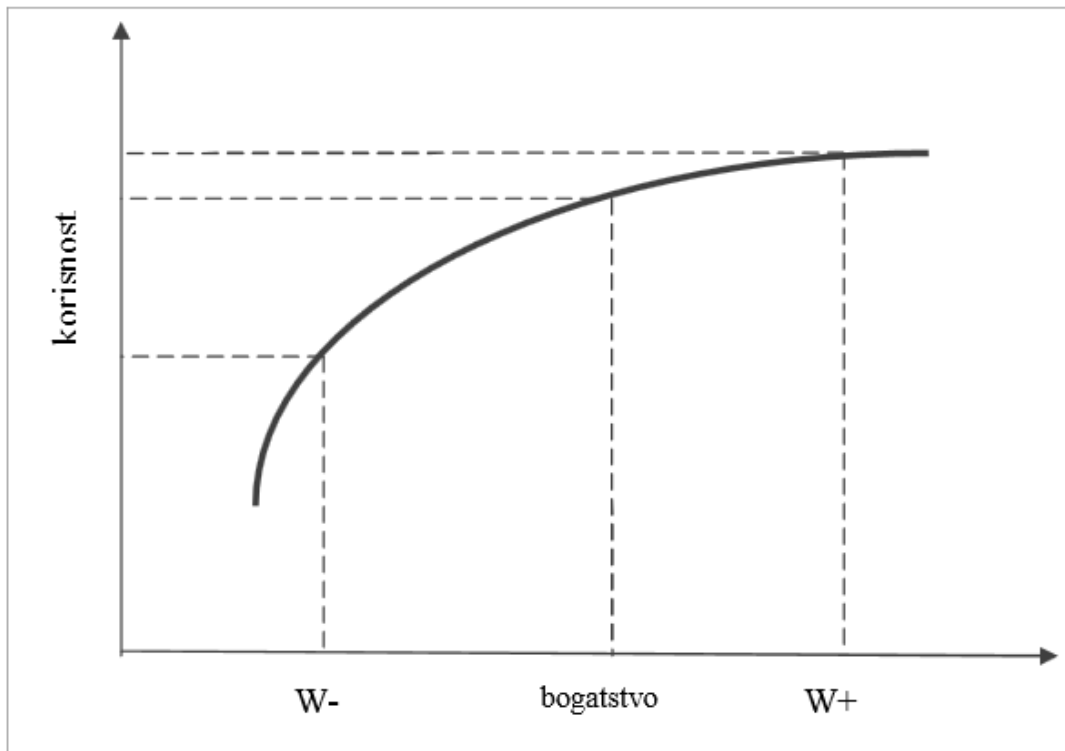
Funkcija korisnosti  $U(W)$  trebala bi biti rastućeg oblika, odnosno investitor će u svakom slučaju izabrati situaciju u kojoj može ostvariti veći prinos naspram one u kojoj će ostvariti manji prinos uz pretpostavku da su opcije jednako vjerojatne<sup>18</sup>.

Oblik funkcije korisnosti ovisi o sklonosti investitora prema riziku. Ukoliko investitor nije spreman preuzeti rizik tada u situaciji kada je vjerojatnost dobitka i vjerojatnost gubitka jednaka odnosno 50-50 on neće investirati. Funkcija korisnosti pojedinca koji izbjegava rizik izgleda na sljedeći način:

---

<sup>17</sup> Tipurić D., Prester J.,: "Teorija očekivanog izbora" str. 1 prema : Kahneman D., Tversky A. (1979): "Prospect theory: An analysis of decisions under risk", *Econometrica*, 47

<sup>18</sup> Tomić-Plazibat N., Aljinović Z., Marasović B. (2006): "Matematički modeli u financijskom upravljanju", Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str. 8.



**Slika 1. Funkcija korisnosti investitora koji izbjegava rizik**

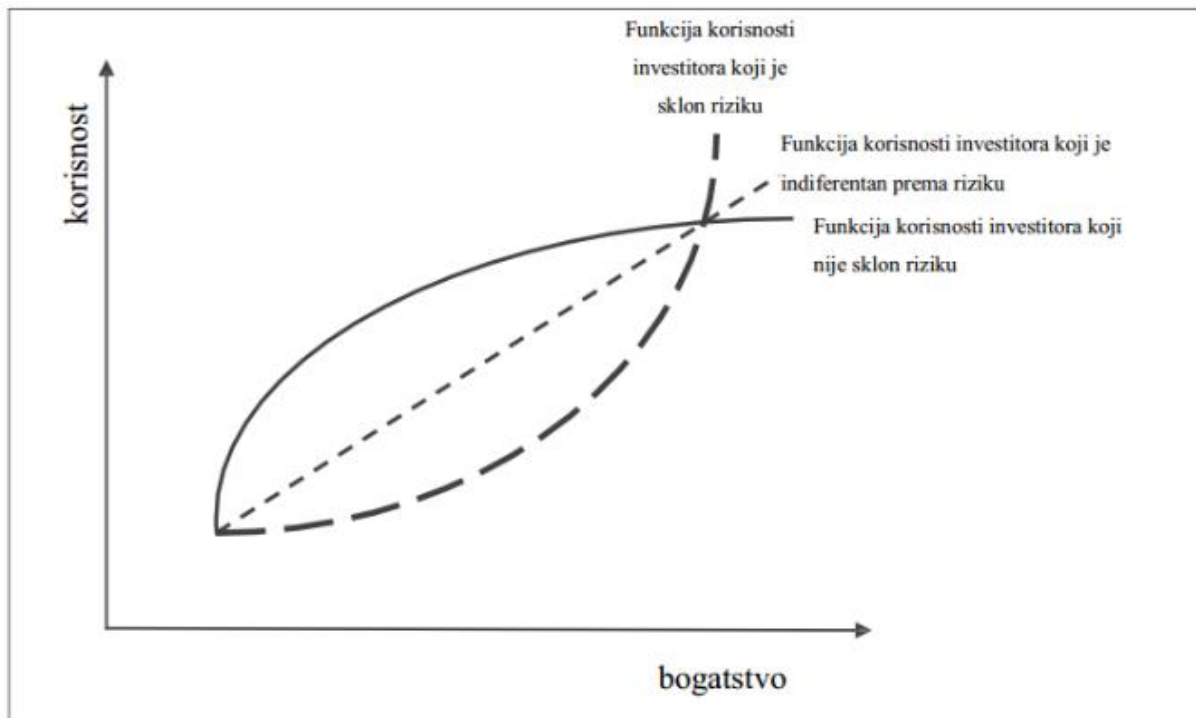
Izvor: Tomić-Plazibat N., Aljinović Z., Marasović B. (2006): "Matematički modeli u financijskom upravljanju", Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str. 11.

Za razliku od osobe koja izbjegava rizik osoba koja je indiferentna prema riziku u situaciji kada je vjerojatnost dobitka i vjerojatnost gubitka jednaka svejedno je hoće li investirati, odnosno njegova odluka neće biti donesena na temelju navedenog omjera.

Funkciju korisnosti investitora koji ulaže na tržištu kapitala možemo prikazati kao funkciju očekivanog prinosa portfelja. Očekivana vrijednost funkcije korisnosti tada ovisi o očekivanom prinosu portfelja i varijanci, odnosno:

$$E(U) = E(U)(\mu_{\pi}, \sigma^2_{\pi})$$

Navedena jednakost je od velike važnosti budući da je očekivani prinos i varijancu lakše izračunati nego očekivanu korisnost<sup>19</sup>.



**Slika 2. Funkcija korisnosti investitora koji izbjegava rizik, investitora koji je sklon riziku i investitora koji je indiferentan prema riziku**

Izvor: Tomić-Plazibat N., Aljinović Z., Marasović B. (2006): "Matematički modeli u financijskom upravljanju", Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str. 12.

Markowitz pretpostavlja da je funkcija korisnosti konkavna, tj da postoji određeni stupanj averzije prema riziku, te da je kvadratna funkcija.

<sup>19</sup> Tomić-Plazibat N., Aljinović Z., Marasović B. (2006): "Matematički modeli u financijskom upravljanju", Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str. 12.

## 2.2. Efikasna granica

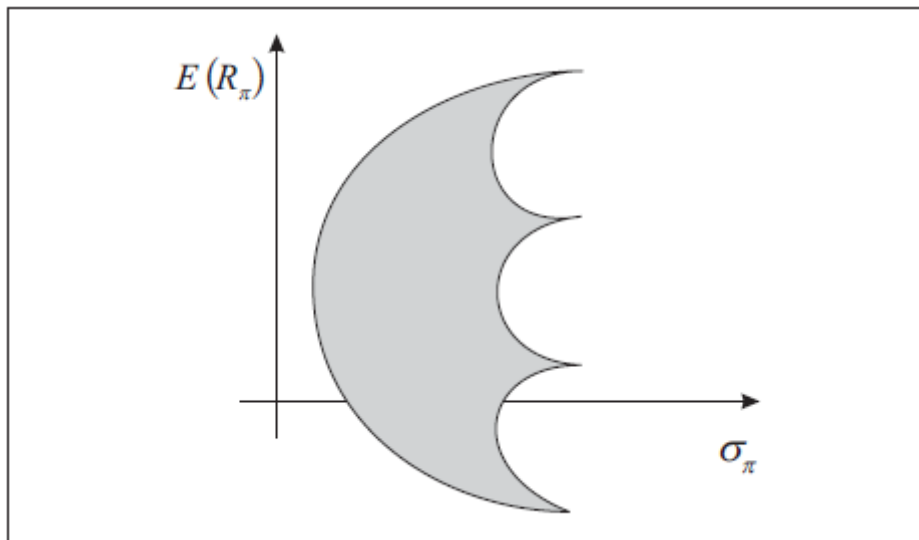
Portfelj je skup različitih kombinacija vrijednosnica, svaki portfelj nosi određenu razinu rizika te za preuzeti rizik određenu razinu prinosa. Stoga se postavlja pitanje kako izabrati upravo onaj portfelj koji će za pojedinog investitora biti adekvatan? Odgovor na ovo pitanje ovisit će o preferencijama samog investitora. Ukoliko je u interesu investitora ostvariti maksimalan profit, za njega će efikasan portfelj biti onaj koji nosi najveći prinos bez obzira na razinu rizika, a ukoliko je investitoru u cilju preuzeti minimalan rizik za njega će adekvatan biti onaj portfelj s minimalnom razinom rizika bez obzira na razinu prinosa koju može ostvariti. Pod pretpostavkom da je investitor racionalan možemo donijeti zaključak da će iz beskonačnog broja portfelja izabrati onaj koji je efikasan<sup>20</sup>.

Prema Markowitzevom modelu diversifikacija portfelja može rezultirati redukcijom rizika, sama redukcija rizika ovisi o međusobnoj korelaciji vrijednosnica. Pozitivna korelacija između vrijednosnica neće imati pozitivan utjecaj na redukciju rizika budući da ako u situaciji tržišnih nestabilnosti jedna vrijednosnica ostvari gubitak i s njom pozitivno korelirana vrijednosnica će također ostvariti gubitak. Stoga kako bi se reducirao rizik portfelja potrebno je da su vrijednosnice u portfelju negativno korelirane odnosno da u situaciji gubitka jedne vrijednosnice druga ostvari prinos i na taj način neutralizira negativan rezultat za investitora.

Skup svih točaka pridruženih mogućim portfeljima od  $n$  vrijednosnica prikazan je na slici 3. i naziva se skup mogućih portfelja.

---

<sup>20</sup> Orlović M. (2009): "Efikasna diversifikacija", Istraživači rad, Financijski klub, str. 6.online 10.8.

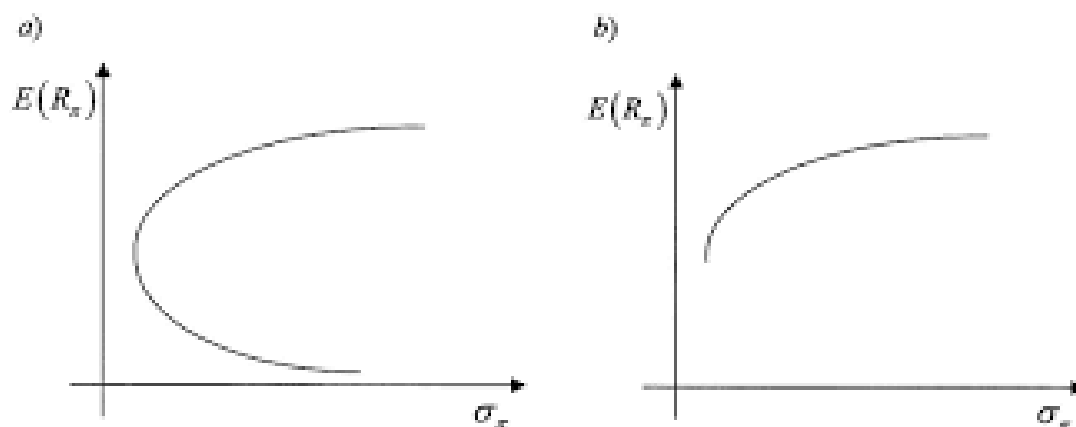


**Slika 3. Skup mogućih portfelja**

Izvor: Jerončić M., Aljinović Z. (2011): "Formiranje optimalnog portfelja pomoću Markowitzevog modela uz sektorsku podjelu kompanija", Stručni članak, Ekonomski pregled 62 (9-10), str. 586

Točke koje za određenu stopu prinosa imaju najmanju varijancu čine skup minimalne varijance i prikazane su lijevom granicom skupa mogućih portfelja, dok je efikasna granica dio skupa minimalne varijance koji za zadanu razinu rizika ima najveći prinos<sup>21</sup>. Navedeno je prikazano na slici 4.

<sup>21</sup> Tomić-Plazibat N., Aljinović Z., Marasović B. (2006): "Matematički modeli u financijskom upravljanju", Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str. 20.



**Slika 4. (a) skup minimalne varijance (b) efikasna granica**

Izvor: Aljinović Z., Marasović B., Šego B. (2011): "Financijsko modeliranje", Split: Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split

Matematički efikasan portfelj definiramo na sljedeći način:

$$\max E(R_\pi) = \pi' E(R) = \sum_{i=1}^N \pi_i E(R_i) \quad (12)$$

Uz ograničenja:

$$\pi' S \pi = c$$

$$\sum_{i=1}^N \pi_i = 1$$

Gdje je  $c$  konstanta koja prikazuje rizik mjereno varijancom koji je investitor spreman prihvatiti<sup>22</sup>.

<sup>22</sup> Aljinović Z., Marasović B., Šego B. (2011): "Financijsko modeliranje", Split: Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str 141.

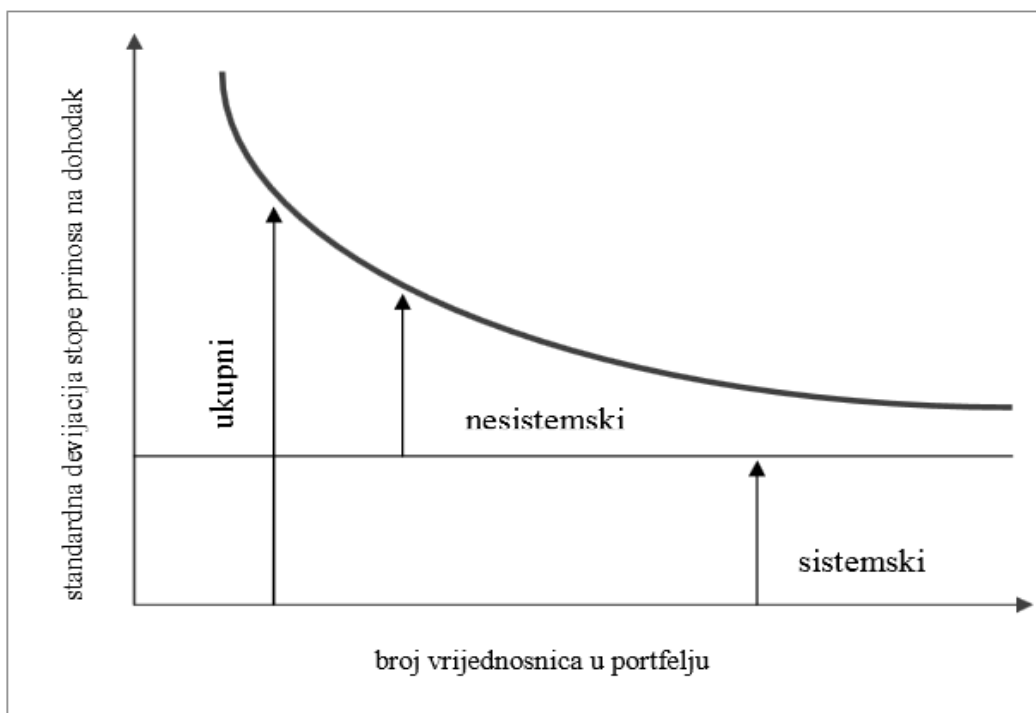


### 2.3. Kritike i doprinosi Markowitzevog modela

Moderna teorija portfelja predstavlja jednu od najvažnijih inovacija 20. stoljeća na području investiranja i upravljanja portfeljem vrijednosnih papira<sup>23</sup>. Moderna teorija portfelja omogućila je kvantifikaciju očekivanog prinosa i rizika te usmjerila pozornost na rizik ne samo pojedinačne vrijednosnice, već rizik cjelokupnog portfelja, kao i na važnost diversifikacije portfelja.

Do 1952. godine nije postojao odgovor na pitanje: Kako izabrati dionice u portfelj? Markowitz je razvojem modela dokazao nužnost diversifikacije kako bi se formirao efikasan portfelj i reducirao rizik te postavio osnovu za razvoj svih drugih poboljšanih modela optimizacije portfelja.

Razlikujemo dvije vrste rizika, sistemski i nesistemski rizik koji su prikazani na sljedećoj slici.



**Slika 5. Sistemski i nesistemski rizik**

Izvor: Tomić-Plazibat N., Aljinović Z., Marasović B. (2006): "Matematički modeli u financijskom upravljanju", Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str. 29.

<sup>23</sup> Jerončić M., Aljinović Z. (2011): "Formiranje optimalnog portfelja pomoću Markowitzevog modela uz sektorsku podjelu kompanija", Stručni članak, Ekonomski pregled 62 (9-10), str. 587.

Sistemiški rizik naziva se još i tržišni rizik odnosno rizik kojeg nije moguće izbjeći u potpunosti. Pokazuje stupanj sistemskog kretanja prinosa dionice povezanog s kretanjem prinosa ukupnog tržišta vrijednosnica<sup>24</sup>.

Nesistemiški rizik za razliku od sistemskog rizika je onaj na kojeg je moguće utjecati. Veći broj vrijednosnica umanjuje rizik kojem se izlaže investitor, budući da se ne fokusira na rizik i prinos koji nosi pojedina vrijednosnica već cijeli portfelj. Prema Markowitzevom modelu diversifikacija portfelja odnosno formiranje portfelja kombinirajući vrijednosnice iz različitih sektora umanjiti će nesistemiški rizik kojem je izložen investitor. Na mogućnost diversifikacije portfelja utječu različite turbulencije na tržištu. Za vrijeme mirnih perioda na tržištu kapitala korelacija koja se javlja između vrijednosnica je mala što omogućava uspješnu diversifikaciju portfelja. S druge strane turbulentnost tržišta rezultirat će porastom korelacije između vrijednosnica te otežati diversifikaciju portfelja<sup>25</sup>.

Markowitzev model temelji se na sljedećim pretpostavkama:

- Funkcija korisnosti koja prezentira preferencije investitora je kvadratna funkcija
- Prinosi su normalno distribuirani

Iz navedenih pretpostavki i proizlaze kritike modela budući da normalna distribucija prinosa nije dokazana, a većina rezultata istraživanja pokazuje asimetričnu ili šiljastu distribuciju.

Sljedeća kritika Markowitzevog modela odnosi se na potrebu za izračunavanjem velikog broja standardnih devijacija i korelacija prinosa koji su uzeti u analizu stoga je rijetko bio korišten u praksi. No razvoj tehnologije u današnje vrijeme je olakšao sam proces izračunavanja.

Unatoč svim kritikama Markowitzevog modela, Markowitz je svojim modelom uveo mnoge promjene u proces upravljanja portfeljem te postavio osnovu za razvoj novih unaprijeđenih modela, te omogućio managerima koji koriste model stjecanje prednosti u odnosu na konkurenciju<sup>26</sup>.

---

<sup>24</sup>Milovanović-Morić B., Čurković M. (2014): "Utjecaj svjetske financijske krize na formiranje multisektorski diverzificiranih optimalnih portfelja uz pomoć Markowitzeve teorije na zagrebačkoj burzi", *Ekonomski misao i praksa* br. 1., str.392

<sup>25</sup>Kunovac D. (2010): "Asimetrične korelacije na tržištu kapitala u Hrvatskoj", *Odabrani prijevodi* br.7/11, Institut za javne financije, str. 2

<sup>26</sup>Tomić-Plazibat N., Aljinović Z., Marasović B. (2006): "Matematički modeli u financijskom upravljanju", Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str. 30

### 3. FORMIRANJE MJEŠOVITOG PORTFELJA NA HRVATSKOM TRŽIŠTU KAPITALA

#### 3.1. Temeljne odrednice hrvatskog tržišta kapitala<sup>27</sup>

Hrvatska burza osnovana je 1991. godine kada su 25 banaka i 2 osiguravajuća društva utemeljili Zagrebačku burzu koja je postala temeljno mjesto trgovanja vrijednosnim papirima, te istu funkciju zagrebačka burza ima i danas.

Rastom trgovanja na hrvatskom tržištu kapitala broj uključenih članova porastao je na četrdeset aktivnih trgovaca koji uključuju banke te privatne brokerske kuće.

Na samom početku razvoja burze trgovanje se odvijalo isključivo na velikim dražbama koje su bile organizirane u sjedištu burze. Razvojem tehnologije i rastom burze 1994. godine uveden je elektronički trgovinski sustav, na temelju kojeg su članovi burze bili telekomunikacijski povezani što je omogućilo trgovanje vrijednosnicama bez napuštanja sjedišnih ureda. Stoga ne postoji određeno fizičko mjesto, odnosno floor gdje se trgovanje odvija, već se sve obavlja elektroničkim putem između povezanih trgovaca. Svi brokeri te ostali članovi imaju pristup trgovinskom sustavu u realnom vremenu kako ne bi bilo razlike u njihovom položaju glede primanja informacija o trenutačnoj ponudi vrijednosnih papira.

Brzina razvoja dioničarstva i same burzovne trgovine vidljiva je iz dostupnih podataka koji pokazuju kako je u prvih pet godina od uvođenja elektroničkog trgovanja vrijednost Zagrebačke burze porasla 10 puta.

Prema zakonu o trgovanju vrijednosnim papirima, vrijednosnim papirima se organizirano trguje na burzama i na uređenim javnim tržištima, koja se osnivaju radi stvaranja uvjeta za povezivanje ponude i potražnje vrijednosnih papira. Poslove povezivanja ponude i potražnje vrijednosnih papira mogu obavljati samo burze i uređena javna tržišta. Kad izdaje vrijednosne papire u Republici Hrvatskoj izdavatelj je obvezan objaviti prospekt (javna ponuda) ili potencijalnim ulagateljima dostaviti prospekt (privatna ponuda). Pored poziva na upis vrijednosnih papira prospekt obvezno sadrži cjelovitu, točnu i objektivnu informaciju o imovini i obvezama, gubitku ili dobitku, financijskom položaju i perspektivama izdavatelja, svrsi prikupljanja sredstava čimbenicima rizika te o pravima koje daju vrijednosni papirima

---

<sup>27</sup> Bazirano na podacima preuzetim sa: [www.zse.hr](http://www.zse.hr)

koje se odnosi prospekt, na temelju koje potencijalni ulagatelj može objektivno procijeniti izglednost i rizike ulaganja i donijeti odluku o ulaganju. Ne smatra se izdavanjem vrijednosnih papira izdavanje novih isprava o vrijednosnim papirima umjesto onih koje su oglašene nevažećim<sup>28</sup>.

Usporedba hrvatskog tržišta kapitala s razvijenim europskim tržištima kapitala gotovo da i nije moguća. Hrvatska je tranzicijska zemlja koju karakterizira promjenjivost okoline što je vidljivo u svim područjima gospodarskog života države, uključujući i financijsko tržište. Od osamostaljenja država je prošla kroz mnoge strukturne promjene, od kojih su najvažnije zamjena socijalizma kapitalizmom i tržišnom ekonomijom, te osnivanje do tada nepoznatih financijskih institucija.

Hrvatsko tržište kapitala je slabo razvijeno. Razlog tome su različiti politički, sociološki i ekonomski čimbenici. Hrvatsko tržište kapitala bilo je u značajnoj stagnaciji u razdoblju trajanja Domovinskog rata koji je ostavio značajne posljedice na gospodarstvo hrvatske a time i na tržište kapitala. Nedovoljna potražnja kao i nezanimljiva ponuda vrijednosnica onemogućile su aktivan rad i razvoj tržišta kapitala.

Osnovne karakteristike hrvatskog tržišta kapitala i općenito tržišta kapitala tranzicijskih zemalja je slaba razvijenost i nelikvidnost koja predstavlja značajan problem, te značajna premoć banaka i kreditnih institucija na ostalim financijskim institucijama koje nude različite oblike financiranja i zaduživanja. Stanovnici hrvatske ne ulažu značajne resurse u vrijednosne papire niti u državne obveznice već se štednja odvija u obliku depozita na bankovnim računima, dok je temeljni način zaduživanja i dalje bankovni kredit.

Privatizacija je rezultirala time da su najbolje hrvatske banke u vlasništvu stranaca. Strane banke imaju monopolski status u Hrvatskoj stoga im nije u interesu razvijati hrvatsko tržište kapitala.

Ulaganja u tranzicijske zemlje veoma su rizična, no isto tako mogu biti isplativa, te nude prednosti diversifikacije. Investiranje u tranzicijske zemlje iziskuje poseban oprez budući da se politička situacija u takvim zemljama brzo i nepredvidivo mijenja.

Iako u današnje vrijeme financijska razvijenost hrvatske raste, tržište kapitala nije značajno poraslo, odnosno nije poraslo u toj mjeri da se može uspoređivati s velikim tržištima kapitala poput njemačkog ili drugih velikih europskih tržišta.

Hrvatsko tržište kapitala posljednjih je godina doživjelo značajne promjene. Spajanje Zagrebačke i Varaždinske burze, tehnološke promjene u smislu uvođenja novog sustava

---

<sup>28</sup> Narodne novine br. 107/95, 142/98, 87/00

trgovanja, povećana uloga i opseg djelovanja nadzorne agencije. Unatoč činjenici da je hrvatsko tržište kapitala doživjelo značajne pozitivne promjene, veliku prepreku razvoju tržišta predstavlja visoka nelikvidnost tržišta. Tržište vrijednosnim papirima u Hrvatskoj manje je likvidno i znatno volatilnije od velikih tržišta vrijednosnih papira u razvijenim zemljama. Navedena nelikvidnost tržišta rezultira nedostatkom stabilnih i visokih dnevnih prometa, visokoj volatilnosti cijena dionica, postojanju mnogih nelikvidnih dionica te mogućnosti utjecaja na cijenu pri velikim transakcijama.

### 3.2. Indexi Zagrebačke burze

Burzovni indeksi su pokazatelji poslovanja na burzama, odnosno indikatori rada burze i kretanja cijena dionica ili obveznica na burzi. Burzovni indeksi računaju se posebnim formulama kao suma prosječnih cijena dionica odabranih tvrtki na burzi. Na Zagrebačkoj burzi razlikujemo dioničke i obvezničke burzovne indekse. Temeljni burzovni indeksi u RH su dionički indeksi CROBEX I CROBEX 10, te obveznički indeks CROBIS.

#### 3.2.1. CROBEX®<sup>29</sup>

CROBEX ® je službeni indeks Zagrebačke burze d.d. koji se počeo objavljivati 1. rujna 1997. godine. Bazni datum je 1. srpnja 1997. godine, a bazna vrijednost 1.000.

CROBEX® je indeks vagan na osnovi 'free float' tržišne kapitalizacije, pri čemu je težina pojedine dionice ograničena na 10%. Ako se nekom od dionica koje sačinjavaju CROBEX® nije trgovalo predmetnog dana, uzima se zadnja cijena.

Računa se kontinuirano tijekom trgovine koristeći zadnje cijene na temelju sljedeće formule:

---

<sup>29</sup> Preuzeto sa web stranice Zagrebačke burze: <http://zse.hr/default.aspx?id=9984>

$$I_t^j = \frac{M_j(t)}{K_t M(0)} 1000 \quad (13)$$

Gdje je:

$M_j(t)$  - Free float tržišna kapitalizacija dionica koje ulaze u CROBEX® na dan  $t$  i vrijeme  $j$

$K_t$  - Faktor prilagođavanja baze indeksa na dan revizije  $T$

$M(0)$  – Free float tržišna kapitalizacija na bazni datum

Prilikom odabira dionica koje će ući u sastav CROBEXA® u obzir dolaze samo dionice kojima se trgovalo više od 90% ukupnog broja trgovinskih dana u promatranom šestomjesečnom razdoblju. U sastav indeksa CROBEX® ulazi 25 dionica koje zadovoljavaju postavljane kriterije.

Ukoliko izdavatelj ima više rodova dionica koje zadovoljavaju uvjete za ulazak u CROBEX®, u Indeks će se uključiti samo jedan rod dionica i to onaj s većim rangom.

Budući da u sastav CROBEX-a ulazi 25 dionica, kako bi se održala stabilnost samog indeksa prilikom revizije primjenjuje se 23/28 zona tolerancije, odnosno 22 dionice ulaze u sastav CROBEX®-a a preostale tri se biraju od 23 do 28 s tim da prednost imaju one dionice koje su prethodno bile uključene u sastav CROBEX®-a

Free float ne uključuje dionice na računima osoba koje prelaze 5% ukupnog broja predmetnog izdanja te vlastite dionice izdavatelja. Dionice na zbirnim skrbničkim računima te dionice koje drže mirovinski i investicijski fondovi uvijek su uključene u 'free float'. Za dionice kojima je 'free float' manji od 20%, 'free float' faktor određuje se na način da se 'free float' zaokruži na prvi veći cijeli broj. Za dionice kojima 'free float' prelazi 20%, 'free float' faktor se određuje na način da se 'free float' zaokruži na prvi veći višekratnik broja 5.

Revizija indeksa obavlja se po završetku trgovine, svakog trećeg petka u mjesecu ožujku i rujnu te se primjenjuje od sljedećeg trgovinskog dana. Ukoliko se pojedina dionica isključuje iz indeksa, uključuje se ona s najvećim vaganim tržišnim udjelom.

### 3.2.2. CROBEX 10®<sup>30</sup>

Indeks CROBEX10® počeo se objavljivati 7. rujna 2009. godine. Bazni datum je 31. srpnja 2009. godine, a bazna vrijednost iznosi 1.000.

CROBEX10® je vagan na osnovi free float tržišne kapitalizacije, pri čemu je težina pojedine dionice ograničena na 20%. Ukoliko se nekom od dionica koje sačinjavaju CROBEX10® nije trgovalo predmetnog dana, uzima se prethodna zadnja cijena.

U CROBEX10® uključuje se 10 dionica iz sastava indeksa CROBEX® s najvećom free-float tržišnom kapitalizacijom i prometom.

Računa se kontinuirano tijekom trgovine koristeći zadnje cijene na temelju sljedeće formule:

$$I_t^j = \frac{M_j(t)}{K_t M(0)} 1000 \quad (14)$$

Gdje je:

$M_j(t)$  - Free float tržišna kapitalizacija dionica koje ulaze u CROBEX® na dan t i vrijeme j

$K_t$  - Faktor prilagođavanja baze indeksa na dan revizije T

$M(0)$  – Free float tržišna kapitalizacija na bazni datum

Free float ne uključuje dionice na računima osoba koje prelaze 5% ukupnog broja predmetnog izdanja te vlastite dionice izdavatelja. Dionice na zbirnim skrbničkim računima uvijek su uključene u free float. Za dionice kojima je free float manji od 20%, free float faktor se određuje na način da se free float zaokruži na prvi veći cijeli broj. Za dionice kojima free float prelazi 20%, free float faktor se određuje na način da se free float zaokruži na prvi veći višekratnik broja 5 (pet).

---

<sup>30</sup> Preuzeto sa web stranice Zagrebačke burze: <http://zse.hr/default.aspx?id=27137>

Kako bi se osigurala stabilnost indeksa prilikom revizije se primjenjuje 8/12 zona tolerancije. To znači da prvih 8 dionica ulazi u novi sastav indeksa CROBEX10®. Dvije preostale dionice se biraju između dionica rangiranih od 9-og do 12-og mjesta, s time da prednost imaju dionice koje su bile u prethodnom sastavu indeksa CROBEX10® s većim rangom.

Revizija indeksa CROBEX10® obavlja se tjedan dana nakon revizije indeksa CROBEX®, odnosno po završetku trgovine, četvrtog petka u mjesecu ožujku i rujnu te se primjenjuje od sljedećeg trgovinskog dana.

### 3.2.3. CROBIS®<sup>31</sup>

**CROBIS®** je službeni obveznički indeks Zagrebačke burze koji se počinje objavljivati 1. listopada 2002. godine. Kao bazni datum utvrđen je 30. rujna 2002. godine, a bazna vrijednost postavljena je na 100 bodova. CROBIS® je cjenovni indeks vagan na osnovu tržišne kapitalizacije, pri čemu težina pojedine obveznice u indeksu ne može prijeći 35%. U trenutni sastav CROBIS®-a ulazi 10 obveznica. U indeks se uključuju državne obveznice i obveznice državnih agencija koje su uvrštene na Zagrebačku burzu uz sljedeće uvjete: nominalna vrijednost izdanja veća ili jednaka 75 milijuna €, dospijeće obveznica veće od 18 mjeseci, obveznice imaju fiksnu kamatnu stopu, uz isplatu glavnice jednom, po dospijeću.

Indeks se računa na kraju svakog trgovinskog dana na način da se koristi prosječna dnevna cijena ponderirana količinom za sve obveznice koje se nalaze u indeksu. Prilikom izračuna prosječne dnevne cijene u obzir se uzimaju redovne transakcije, blok transakcije i OTC transakcije. U slučaju da s nekom obveznicom koja je uključena u indeks nije bilo transakcija, za izračun indeksa se uzima prosječna dnevna cijena od prethodnog dana, odnosno od zadnjeg dana kada se obveznicom trgovalo.

Indeks se računa na temelju sljedeće formule:

$$I_t = I_{t-R} \frac{\sum_{i=1}^n P_{i,t} N_{i,t-R}}{\sum_{i=1}^n P_{i,t-R} N_{i,t-R}} \quad (15)$$

---

<sup>31</sup> Preuzeto sa web stranice Zagrebačke burze: <http://zse.hr/default.aspx?id=9985>



Gdje je:

$I_t$  – vrijednost indexa na dan t

$I_{t-R}$  – vrijednost indexa na dan posljednje revizije t-R

$P_{i,t}$  – čista cijena obveznice i na dan t u %

$P_{i,t-R}$  – Čista cijena obveznice i na dan posljednje revizije t-R

$N_{i,t}$  – nominalni iznos izdanja obveznice i dan poslije revizije t-R

$n$  - broj obveznica u indexu

$R$  – broj dana od prethodne revizije

Revizija indeksa obavlja se svaka 3 mjeseca i to zadnji petak u mjesecu veljači, svibnju, kolovozu i studenom. Prilikom revizije u indeks se uključuju nove obveznice koje zadovoljavaju uvjete za uključivanje i izbacuju one obveznice kojima će dospijeće u slijedećem tromjesečju biti manje od jedne godine. U iznimnim slučajevima, Komisija za indeks može donesti odluku o izvanrednoj reviziji.

### 3.3. Nedostaci Hrvatskog tržišta kapitala i rizik nelikvidnosti

Prije više od dvadeset godina razvijeni su novi oblici tržišta kapitala, koji uključuju tržišta u nastajanju i rubna tržišta kapitala. Hrvatsko tržište kapitala je rubno tržište. Ubrzani razvoj faktor je koji je pojedinim rubnim tržištima omogućio prelazak u tržišta u nastajanju npr. poljsko tržište kapitala, mađarsko te češko tržište kapitala.

Karakteristike hrvatskog tržišta kapitala i općenito rubnih tržišta su mala kapitalizacija u odnosu na BDP, mali broj dionica na burzi, nedostatak transparentnosti i likvidnosti, kratka povijest trgovanja te pojava rizika nelikvidnosti<sup>32</sup>.

Razlika između hrvatskog tržišta kapitala i razvijenih tržišta kapitala koja će u ovom radu predstavljati njemačko tržište kapitala je to što na rubnim tržištima dolaze do izražaja nevidljivi oblici rizika, s kojima su razvijena tržišta kapitala jako dobro upoznata stoga rijetko dolaze do izražaja.

Najvažniji oblik nevidljivih rizika na manje razvijenim tržištima kapitala je rizik nelikvidnosti. Rizik nelikvidnosti na razvijenim tržištima pojavljuje se u trenutcima velikih svjetskih kriza, dok je pojava istog na manje razvijenim tržištima puno učestalija. Uzrok toga je znatno manji obujam trgovanja, stoga analitičari ne smiju zanemarivati ovaj oblik rizika. Likvidnost dionica na manje razvijenim tržištima je znatno manja nego kod razvijenih tržišta što uzrokuje znatno veći tržišni rizik s kojim se susreću tržišta u nastajanju.

Nelikvidnost se očituje u slabom volumenu trgovanja ili u jednom ili više dana kada se dionicom ne trguje, vremenski razmak između dva trgovanja može biti i nekoliko tjedana<sup>33</sup>. Nelikvidnost na razvijenim tržištima kapitala pojavljuje se najčešće kao nelikvidnost obveznica, čiji je obujam trgovanja općenito manji nego kod dionica te u kontekstu kreditnog rizika.

Za slabo razvijena tržišta, poput hrvatskog tržišta kapitala, ključno je razumijevanje i analiziranje rizika koji je uzrokovan nelikvidnošću.

Dodatni problem koji uzrokuje nelikvidnost javlja se prilikom ekonometrijskih analiza ulaznih parametara za optimizaciju jer ocjene parametara postaju nepouzdanе. Ukoliko se pojedinom dionicom ne trguje nekoliko dana podatci se mogu približno nadoknaditi, ta se

---

<sup>32</sup> Latković M., Boršić D. (2000.): "Rizik nelikvidnosti aktivno i pasivno upravljanih dioničkih portfelja", str.3

<sup>33</sup> Latković M., Boršić D. (2000.): "Rizik nelikvidnosti aktivno i pasivno upravljanih dioničkih portfelja", str. 7

procjena vrši na temelju kupovne i prodajne cijene, no ukoliko se pojedinom dionicom ne trguje određeni duži vremenski period dolazi do poteškoće određivanja prinosa koji ta dionica nosi. Zbog toga što iako se realna cijena dionice ne mijenja možemo govoriti o virtualnoj promjeni cijene na temelju informacija koje stižu na tržište. Investitori uračunavaju njihov utjecaj u cijenu što u konačnici utječe na promjenu realne cijene dionice u trenutku kada se njome ponovno počne trgovati<sup>34</sup>.

Ovaj problem sagledava se u kontekstu tzv. nesinhronog trgovanja. Nesinhrono trgovanje skupni je naziv za niz pojava kod kojih se cijene vrijednosnica bilježe s greškom. Najčešće se takav proces povezuje s bilježenjem cijena vrijednosnica u pravilnim razmacima iako se trgovalo u nepravilnim razmacima.

Situacija na slabije razvijenim tržištima je daleko složenija jer osim problema slabe učestalosti trgovanja postoji i znatno manji broj dionica koje kotiraju na burzi. To rezultira problemom pri definiranju tržišnog indeksa čime se dovodi u pitanje i mogućnost primjene ravnotežnih teorija koje se koriste za vrednovanje cijena dionica<sup>35</sup>.

Slabo razvijena tržišta kapitala također imaju problem s znatno većom rizičnošću dionica, te također često dolazi do pojave ekstremnih prinosa koji nemaju opravdanja u definiranju cijene dionice putem odnosa ponude i potražnje kao i u pristizanju informacija na tržište.

---

<sup>34</sup> Latković M., Boršić D. (2000.): "Rizik nelikvidnosti aktivno i pasivno upravljanih dioničkih", str 7

<sup>35</sup> Latković M. (2001): "Nesinhrono trgovanje i proračun sistematskog rizika" str.4

### 3.4. Formiranje dioničkog portfelja i izračun odnosa prinosa i rizika dioničkog portfelja

Dionice na temelju koji će se vršiti daljnja analiza hrvatskog tržišta kapitala su uvrštene u indeks CROBEX10 na Zagrebačkoj burzi. Prilikom odabira dionica koje će ući u sastav CROBEX10 u obzir dolazi 10 dionica iz indeksa CROBEX s najvećom free float tržišnom kapitalizacijom i prometom. Dionice kojima se trgovalo više od 90% ukupnog broja trgovinskih dana u promatranom šestomjesečnom razdoblju. Dionice koje su uvrštene u CROBEX10 zadovoljavaju kriterij likvidnosti, te kriterij broja dana trgovanja i određene free float kapitalizacije. Likvidnost omogućava aktivno upravljanje portfeljem, te je stoga investitor u mogućnosti prodati ili kupiti dionicu u svakom trenutku bez značajnih promjena cijene. Analizirati će se podatci na mjesečnoj razini u periodu od dvije godine odnosno od studenog 2013. godine do listopada 2015. godine za odabranih 10 dionica:

**Tablica 1. Odabrane dionice sa Zagrebačke burze**

Simbol dionice	Izdavatelj dionice
ADPL-R-A	AD Plastik d.d.
ADRS-P-A	Adris grupa d.d.
ATGR-R-A	Atlantic grupa d.d.
ERNT-R-A	Ericsson Nikola Tesla d.d.
HT-R-A	HT d.d.
INA-R-A	INA d.d.
KOEI-R-A	Končar-Elektroindustrija d.d.
KRAS-R-A	Kraš d.d.
PODR-R-A	Podravka d.d.
RIVP-R-A	Valamar riviera d.d.

Izvor: Zse

Odabrane dionice sa Zagrebačke burze su dionice velikih i stabilnih poduzeća. Riječ je o blue chip dionicama, odnosno visokokvalitetnim redovnim dionicama koje nose manji rizik smanjenja vrijednosti same dionice, isplate dividendi i bankrota. Odabrane dionice pripadaju različitim sektorima. Poduzeća dijelimo na sektore s obzirom na njihovu temelju djelatnost. Dionice na temelju kojih će se vršiti daljnja analiza možemo sektorski klasificirati na sljedeći način. Iz sektora Telekomunikacija imamo dionice Hrvatskog Telekoma te Ericsson Nikola Tesla, dionice poduzeća Valamar Riviera pripadaju sektoru Hotelijerstva i turizma. Od

odabranih dionica u sektor Prehrane i maloprodaje uvrštavaju se dionice Atlantic grupe, Kraša i Podravke, Končar-Elektroindustrija te AD Plastik pripadaju sektoru Industrije, a INA sektoru Energetike. Prema sektorskoj klasifikaciji objavljenoj na stranicama Zagrebačke burze dionice Adris grupe pripadaju sektoru Pravne, računovodstvene, upravljačke, arhitektonske djelatnosti te tehničko ispitivanje i analiza.

U sljedećoj tablici prikazane su prosječne cijene odabranih dionica na mjesečnoj razini u odabranom razdoblju.

**Tablica 2. Cijene dionica uvrštenih u portfelj u razdoblju od dvije godine**

Mjesec	Cijene dionica									
	ADPL-R-A	ADRS-P-A	ATGR-R-A	ERNT-R-A	HT-R-A	INA-R-A	KOEI-R-A	KRAS-R-A	PODR-R-A	RIVP-R-A
stu.13	127,88	266,65	690,29	1405,10	170,66	3753,26	718,31	377,89	243,67	12,33
pro.13	126,93	272,51	706,34	1446,31	175,01	3626,01	687,58	399,77	250,53	12,60
sij.14	124,11	277,59	731,21	1503,40	172,74	3443,77	682,17	390,61	271,75	13,75
vlj.14	119,11	271,27	766,78	1509,80	169,67	3416,59	679,41	371,21	281,62	13,76
ožu.14	114,39	263,75	770,34	1577,49	165,91	3388,52	653,55	368,92	288,97	14,37
tra.14	111,76	265,43	777,21	1613,55	163,56	3387,99	663,98	356,46	288,75	15,12
svi.14	106,82	265,88	801,43	1562,79	150,26	3346,87	646,90	320,45	279,12	14,74
lip.14	116,38	278,18	897,98	1372,13	154,65	3753,53	666,77	319,68	296,55	17,03
srp.14	126,16	282,48	905,36	1421,37	150,23	3972,01	685,64	341,80	310,28	17,02
kol.14	129,63	293,43	988,08	1385,74	150,64	3996,94	700,21	337,98	306,81	16,90
ruj.14	130,29	328,59	987,10	1393,68	158,39	3975,75	743,31	342,59	329,69	19,60
lis.14	123,57	337,44	1005,66	1385,00	159,70	3857,52	737,30	354,65	316,92	20,55
stu.14	118,70	334,82	994,57	1366,78	157,13	3563,33	709,18	355,75	298,38	19,82
pro.14	101,76	333,90	934,73	1342,64	153,83	3666,43	688,67	366,03	282,69	19,61
sij.15	89,67	345,94	943,66	1301,29	156,41	3714,18	704,21	386,25	295,23	20,08
vlj.15	81,11	356,24	917,10	1327,97	161,00	3606,87	695,40	390,74	292,53	19,31
ožu.15	80,61	348,87	896,45	1333,62	163,13	3557,55	683,62	402,50	300,82	19,23
tra.15	97,18	331,51	903,62	1344,97	165,81	3437,36	688,65	410,81	304,04	19,93
svi.15	103,39	341,40	903,42	1306,08	158,71	3442,27	692,28	414,06	310,87	20,37
lip.15	104,22	381,05	896,24	1198,86	155,65	3494,83	669,81	440,46	313,43	20,63
srp.15	103,06	388,53	877,22	1146,37	153,31	3505,60	674,65	453,30	309,05	22,24
kol.15	103,51	407,54	877,17	1127,82	152,79	3484,25	670,25	453,69	322,93	22,18
ruj.15	97,20	378,66	850,53	1084,26	145,35	3337,57	661,17	454,64	325,03	21,70
lis.15	99,31	360,01	836,61	1006,01	143,43	3196,87	674,26	458,85	347,42	23,51

Izvor:Zse

Na temelju cijena dionica koje su uvrštene u portfelj izračunati su mjesečni prinosi koje nosi pojedina dionica kao što je prikazano u tablici 3.

**Tablica 3. Mjesečni prinosi dionica uvrštenih u portfelj**

	Prinosi dionica %								
ADPL-R-A	ADRS-P-A	ATGR-R-A	ERNT-R-A	HT-R-A	INA-R-A	KOEI-R-A	KRAS-R-A	PODR-R-A	RIVP-R-A
-0,74%	2,18%	2,30%	2,89%	2,52%	-3,45%	-4,37%	5,63%	2,78%	2,15%
-2,25%	1,85%	3,46%	3,87%	-1,31%	-5,16%	-0,79%	-2,32%	8,13%	8,69%
-4,11%	-2,30%	4,75%	0,43%	-1,79%	-0,79%	-0,41%	-5,09%	3,57%	0,07%
-4,05%	-2,81%	0,46%	4,39%	-2,24%	-0,83%	-3,88%	-0,62%	2,58%	4,34%
-2,33%	0,64%	0,89%	2,26%	-1,43%	-0,02%	1,58%	-3,44%	-0,08%	5,13%
-4,52%	0,17%	3,07%	-3,20%	-8,48%	-1,22%	-2,61%	-10,65%	-3,39%	-2,52%
8,57%	4,52%	11,38%	-13,01%	2,88%	11,47%	3,03%	-0,24%	6,06%	14,43%
8,07%	1,53%	0,82%	3,53%	-2,90%	5,66%	2,79%	6,69%	4,52%	-0,10%
2,71%	3,80%	8,74%	-2,54%	0,27%	0,63%	2,10%	-1,12%	-1,12%	-0,70%
0,51%	11,32%	-0,10%	0,57%	5,02%	-0,53%	5,97%	1,35%	7,19%	14,86%
-5,29%	2,66%	1,86%	-0,62%	0,82%	-3,02%	-0,81%	3,46%	-3,95%	4,73%
-4,03%	-0,78%	-1,11%	-1,32%	-1,62%	-7,93%	-3,89%	0,31%	-6,03%	-3,62%
-15,40%	-0,27%	-6,21%	-1,78%	-2,12%	2,85%	-2,93%	2,85%	-5,40%	-1,09%
-12,64%	3,54%	0,95%	-3,13%	1,67%	1,29%	2,23%	5,38%	4,34%	2,39%
-10,04%	2,93%	-2,85%	2,03%	2,89%	-2,93%	-1,26%	1,15%	-0,92%	-3,90%
-0,62%	-2,09%	-2,28%	0,42%	1,32%	-1,38%	-1,71%	2,97%	2,80%	-0,46%
18,70%	-5,10%	0,80%	0,85%	1,63%	-3,44%	0,73%	2,04%	1,07%	3,61%
6,19%	2,94%	-0,02%	-2,93%	-4,38%	0,14%	0,53%	0,79%	2,22%	2,18%
0,80%	10,99%	-0,80%	-8,57%	-1,95%	1,52%	-3,30%	6,18%	0,82%	1,25%
-1,11%	1,95%	-2,15%	-4,48%	-1,51%	0,31%	0,72%	2,87%	-1,41%	7,52%
0,44%	4,78%	-0,01%	-1,63%	-0,34%	-0,61%	-0,65%	0,09%	4,39%	-0,26%
-6,30%	-7,35%	-3,08%	-3,94%	-5,00%	-4,30%	-1,36%	0,21%	0,65%	-2,18%
2,15%	-5,05%	-1,65%	-7,49%	-1,33%	-4,31%	1,96%	0,92%	6,66%	7,99%

Izvor: Izračun autora

Iz izračunatih prinosa možemo izračunati ukupne prinose i rizike koje pojedina dionica u portfelju nosi. Ukupni prinosi dionica te njihove varijance i standardne devijacije prikazani su u tablici 4.

**Tablica 4. Ukupni prinosi, varijance i standardne devijacije dionica uvrštenih u portfelj**

	ADPL-R-A	ADRS-P-A	ATGR-R-A	ERNT-R-A	HT-R-A	INA-R-A	KOEI-R-A	KRAS-R-A	PODR-R-A	RIVP-R-A
Očekivana vrijednost	-1,10%	1,31%	0,84%	-1,45%	-0,76%	-0,70%	-0,28%	0,84%	1,54%	2,80%
Varijanca	0,005042	0,001925	0,001375	0,001715	0,000845	0,001471	0,00066	0,001441	0,001485	0,002533
Standardna devijacija	7,10%	4,39%	3,71%	4,14%	2,91%	3,83%	2,57%	3,80%	3,85%	5,03%

Izvor: Izračun autora

Iz dobivenih rezultata vidljivo je da najveći prinos nosi dionica RIVP-R-A, te se stoga može očekivati da će udio te dionice u portfelju rasti kako se povećava zahtijevani prinos.

Kako bi dobili optimalni portfelj koji će investitoru omogućiti maksimalni prinos uz minimalnu razinu rizika također je potrebno i izračunati matricu varijanci i kovarijanci iz podataka koje imamo o prinosima dionica. Matrica varijanci i kovarijanci dobije se iz dva koraka. Prvo je potrebno dobiti matricu A, odnosno tablicu razlika mjesečnih prinosa i očekivanog prinosa pojedinih dionica odabranih u portfelj. Zatim se formira matrica varijanci i kovarijanci koristeći se Excelovim funkcijama MMULT i TRANSPOSE. Matrica varijanci i kovarijanci odabranih dionica prikazana je tablicom 5.

**Tablica 5. Matrica varijanci i kovarijanci odabranih dionica**

	Matrica varijanci i kovarijanci									
	ADPL-R-A	ADRS-P-A	ATGR-R-A	ERNT-R-A	HT-R-A	INA-R-A	KOEI-R-A	KRAS-R-A	PODR-R-A	RIVP-R-A
ADPL-R-A	0,00484	0,00000	0,00101	-0,00036	0,00026	0,00053	0,00066	0,00021	0,00094	0,00115
ADRS-P-A	0,00000	0,00185	0,00034	-0,00032	0,00046	0,00061	0,00030	0,00041	0,00027	0,00069
ATGR-R-A	0,00101	0,00034	0,00132	-0,00034	0,00017	0,00056	0,00029	-0,00044	0,00041	0,00063
ERNT-R-A	-0,00036	-0,00032	-0,00034	0,00165	0,00008	-0,00064	-0,00019	-0,00004	-0,00002	-0,00050
HT-R-A	0,00026	0,00046	0,00017	0,00008	0,00081	0,00012	0,00027	0,00049	0,00035	0,00062
INA-R-A	0,00053	0,00061	0,00056	-0,00064	0,00012	0,00141	0,00039	0,00021	0,00031	0,00059
KOEI-R-A	0,00066	0,00030	0,00029	-0,00019	0,00027	0,00039	0,00063	0,00005	0,00048	0,00074
KRAS-R-A	0,00021	0,00041	-0,00044	-0,00004	0,00049	0,00021	0,00005	0,00138	0,00015	0,00011
PODR-R-A	0,00094	0,00027	0,00041	-0,00002	0,00035	0,00031	0,00048	0,00015	0,00143	0,00111
RIVP-R-A	0,00115	0,00069	0,00063	-0,00050	0,00062	0,00059	0,00074	0,00011	0,00111	0,00246

Izvor: Izračun autora



Na glavnoj dijagonali matrice varijanci i kovarijanci su varijance prinosa pojedinih dionica. Iz dobivenih rezultata možemo vidjeti da je najrizičnija dionica ADPL-R-A s varijancom od 0,00484.

Sljedeća tablica prikazuje udjele pojedine dionice u portfelju uz različite razine rizika.

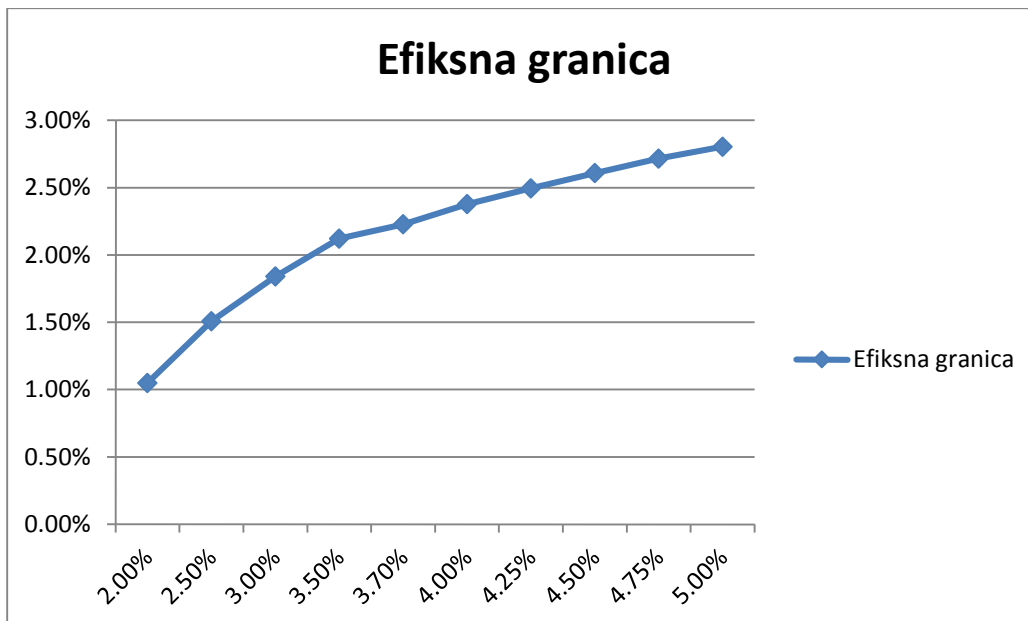
**Tablica 6. Udjeli dionica uz različite razine rizika**

ADPL-R-A	ADRS-P-A	ATGR-R-A	ERNT-R-A	HT-R-A	INA-R-A	KOEI-R-A	KRAS-R-A	PODR-R-A	RIVP-R-A	E(R $\pi$ )	$\sigma\pi$
0	0,062224	0,276528	0,093072	0	0	0	0,311303958	0,087989	0,168883	1,05%	2,00%
0	0,071211	0,221342	0	0	0	0	0,310019831	0,115866	0,281562	1,51%	2,50%
0	0,079796	0,115216	0	0	0	0	0,254474499	0,094211	0,456303	1,84%	3,00%
0	0,0874	0,024443	0	0	0	0	0,207263414	0,077166	0,603728	2,12%	3,50%
0	0,085084	0	0	0	0	0	0,188529345	0,06345	0,662936	2,23%	3,70%
0	0,064912	0	0	0	0	0	0,158192844	0,015727	0,761168	2,38%	4,00%
0	0,045387	0	0	0	0	0	0,122973845	0	0,831639	2,50%	4,25%
0	0,024087	0	0	0	0	0	0,081850234	0	0,894063	2,61%	4,50%
0	0,003327	0	0	0	0	0	0,042510307	0	0,954163	2,72%	4,75%
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2,80%	5,00%

Izvor: Izračun autora

Tablica 6. prikazuje udjele koje pojedina dionica ima u portfelju pri različitim razinama rizika. Pri nižim razinama rizika veći broj dionica ima udio u portfelju dok se s povećanjem rizika broj dionica smanjuje dok portfelj ne čini samo jedna dionica koja je najrizičnija, no za investitora nosi najveći prinos.

Na temelju prethodnih izračuna i korištenjem Excelovog alata za rješavanje dobije se niz efikasnih portfelja na temelju kojeg je moguće nacrtati efikasnu granicu koja je prikazana na slici 6.



**Slika 6. Efikasna granica dioničkog portfelja na hrvatskom tržištu kapitala**

Izvor: Izradio autor

Na temelju različitih kombinacija ulaganja formirana je efikasna granica. Efikasna granica sastoji se od skupa efikasnih portfelja odnosno različitih kombinacija ulaganja koje zadovoljavaju preferencije investitora ovisno od toga je li cilj ostvarivanje maksimalnog prinosa ili preuzimanje minimalnog rizika. Izbor efikasnog portfelja od strane investitora ovisi o njegovim preferencijama, izbor između portfelja na efikasnoj granici ovisi o tome koliki je rizik investitor spreman preuzeti te koliki maksimalni profit želi ostvariti. Optimalan portfelj je onaj koji nosi maksimalan profit uz zadanu razinu rizika, odnosno onaj portfelj koji uz minimalnu razinu rizika ostvaruje maksimalni profit. Iz prikaza efikasne granice te udjela dionica uz različite razine rizika možemo vidjeti da očekivani prinos za investitora raste do određene razine dok nakon te razine bez obzira na povećanje rizika koji je investitor voljan preuzeti prinos koji se ostvaruje je isti, također pri nižim razinama rizika veći broj dionica je zastupljen u portfelju, a s povećanjem rizika broj dionica u portfelju se smanjuje dok ne ostane jedna dionica koja je najrizičnija, no nosi najveći prinos.

### 3.5. Formiranje mješovitog portfelja i izračun odnosa prinosa i rizika mješovitog portfelja

Daljnja analiza podrazumijeva formiranje mješovitog portfelja, odnosno uključivanje obveznica u dionički portfelj, npr. državnih obveznica kao potpuno nerizičnog ulaganja, Cilj sastavljanja mješovitog portfelja je provođenje analize kojom se želi dokazati kako dodavanje obveznica u dionički portfelj rezultira redukcijom rizika portfelja.

Analiza se nastavlja na portfelju dionica koje su korištene i ranije u radu.

**Tablica 7. Odabrane dionice sa Zagrebačke burze**

Simbol dionice	Izdavatelj dionice
ADPL-R-A	AD Plastik d.d.
ADRS-P-A	Adris grupa d.d.
ATGR-R-A	Atlantic grupa d.d.
ERNT-R-A	Ericsson Nikola Tesla d.d.
HT-R-A	HT d.d.
INA-R-A	INA d.d.
KOEI-R-A	Končar-Elektroindustrija d.d.
KRAS-R-A	Kraš d.d.
PODR-R-A	Podravka d.d.
RIVP-R-A	Valamar riviera d.d.

Izvor: Zse

S tim da se postojećem dioničkom portfelju dodaju sljedeće obveznice, kojima se tada formira mješoviti portfelj.

**Tablica 8. Odabrane obveznice sa Zagrebačke burze**

Simbol obveznice	Izdavatelj	
RHMF-O-172A	Ministarstvo financija	Državna obveznica
RHMF-O-15CA	Ministarstvo financija	Državna obveznica
FNOI-D-167A	Fond za naknadu oduzete imovine	Državna obveznica
FNOI-D-171A	Fond za naknadu oduzete imovine	Državna obveznica
RIBA-O-177A	Erste & Steiermarkische Bank d.d.	Korporativna obveznica

Izvor: Zse

Hrvatsko tržište obveznica je prilično problematično. Postoji izražena nelikvidnost koja se očituje u slabom volumenu trgovanja. Vremenski razmak između dva trgovanja može biti nekoliko tjedana čak i nekoliko mjeseci. Nelikvidnost je stalni izazov za tržište obveznica. Upravo je nelikvidnost koja se pojavljuje na hrvatskom tržištu obveznica razlog korištenja mjesečnih podataka u analizi koja se provodi kako bi se dobio uvid u svako promatrano razdoblje, budući da je u manjim vremenskim razdobljima bilo nemoguće doći do podataka za svako razdoblje zbog rijetkog trgovanja obveznicama na hrvatskom tržištu kapitala. Na hrvatskom tržištu kapitala najčešće se trguje državnim obveznicama, dok se značajno manje trguje ostalim obveznicama poput korporativnih ili municipalnih stoga su upravo državne obveznice najzastupljenije u odabranom uzorku na temelju kojeg će se vršiti daljnja analiza u istraživanju.

U tablici 9. Prikazane su cijene dionica i obveznica na hrvatskom tržištu kapitala na mjesečnoj razini u razdoblju od dvije godine.

**Tablica 9. Cijene dionica i obveznica u odabranom mješovitom portfelju**

Mjesec	Cijene dionica														
	ADPL-R-A	ADRS-P-A	ATGR-R-A	ERNT-R-A	HT-R-A	INA-R-A	KOEI-R-A	KRAS-R-A	PODR-R-A	RIVP-R-A	FNOI-D-167A	RHMF-O-172A	RIBA-O-177A	FNOI-D-171A	RHMF-O-15CA
stu.13	127,88	266,65	690,29	1405,10	170,66	3753,26	718,31	377,89	243,67	12,33	82,62	102,38	102,72	79,90	103,95
pro.13	126,93	272,51	706,34	1446,31	175,01	3626,01	687,58	399,77	250,53	12,60	79,17	102,37	103,84	76,18	103,70
sij.14	124,11	277,59	731,21	1503,40	172,74	3443,77	682,17	390,61	271,75	13,75	79,31	101,69	104,52	75,59	103,82
vlj.14	119,11	271,27	766,78	1509,80	169,67	3416,59	679,41	371,21	281,62	13,76	81,32	102,18	103,61	77,81	104,08
ožu.14	114,39	263,75	770,34	1577,49	165,91	3388,52	653,55	368,92	288,97	14,37	83,14	101,75	105,44	79,69	104,21
tra.14	111,76	265,43	777,21	1613,55	163,56	3387,99	663,98	356,46	288,75	15,12	84,45	101,78	106,00	81,15	104,07
svi.14	106,82	265,88	801,43	1562,79	150,26	3346,87	646,90	320,45	279,12	14,74	85,07	102,30	106,14	81,86	103,91
lip.14	116,38	278,18	897,98	1372,13	154,65	3753,53	666,77	319,68	296,55	17,03	85,65	103,45	108,10	81,95	103,91
srp.14	126,16	282,48	905,36	1421,37	150,23	3972,01	685,64	341,80	310,28	17,02	85,80	104,47	105,92	82,03	103,88
kol.14	129,63	293,43	988,08	1385,74	150,64	3996,94	700,21	337,98	306,81	16,90	85,57	104,01	105,91	82,47	103,66
ruj.14	130,29	328,59	987,10	1393,68	158,39	3975,75	743,31	342,59	329,69	19,60	85,86	104,36	105,95	82,63	103,75
lis.14	123,57	337,44	1005,66	1385,00	159,70	3857,52	737,30	354,65	316,92	20,55	87,19	104,31	106,75	84,03	103,66
stu.14	118,70	334,82	994,57	1366,78	157,13	3563,33	709,18	355,75	298,38	19,82	86,87	104,11	106,67	84,50	103,69
pro.14	101,76	333,90	934,73	1342,64	153,83	3666,43	688,67	366,03	282,69	19,61	89,06	104,46	105,31	86,71	103,54
sij.15	89,67	345,94	943,66	1301,29	156,41	3714,18	704,21	386,25	295,23	20,08	93,29	104,92	105,19	90,08	103,34
vlj.15	81,11	356,24	917,10	1327,97	161,00	3606,87	695,40	390,74	292,53	19,31	93,58	104,93	105,00	90,71	102,92
ožu.15	80,61	348,87	896,45	1333,62	163,13	3557,55	683,62	402,50	300,82	19,23	94,33	104,55	106,10	91,96	102,62
tra.15	97,18	331,51	903,62	1344,97	165,81	3437,36	688,65	410,81	304,04	19,93	95,34	104,83	106,76	92,86	102,61
svi.15	103,39	341,40	903,42	1306,08	158,71	3442,27	692,28	414,06	310,87	20,37	96,24	104,87	107,90	93,85	102,44
lip.15	104,22	381,05	896,24	1198,86	155,65	3494,83	669,81	440,46	313,43	20,63	95,50	104,08	104,75	93,02	101,85
srp.15	103,06	388,53	877,22	1146,37	153,31	3505,60	674,65	453,30	309,05	22,24	97,22	103,77	104,88	95,09	101,58
kol.15	103,51	407,54	877,17	1127,82	152,79	3484,25	670,25	453,69	322,93	22,18	97,44	103,59	106,35	95,34	101,22
ruj.15	97,20	378,66	850,53	1084,26	145,35	3337,57	661,17	454,64	325,03	21,70	97,67	102,82	104,00	95,64	100,69
lis.15	99,31	360,01	836,61	1006,01	143,43	3196,87	674,26	458,85	347,42	23,51	97,96	102,90	104,01	95,93	100,51

Izvor: Zse

Na temelju podataka sa Zagrebačke burze formirane su cijene za odabrane dionice i obveznice na temelju kojih su izračunati prinosi svake te su prikazani u tablici 10.

**Tablica 10. Mjesečni prinosi dionica i obveznica odabranog mješovitog portfelja**

	Prinos dionica %													
ADPL-R-A	ADRS-P-A	ATGR-R-A	ERNT-R-A	HT-R-A	INA-R-A	KOEI-R-A	KRAS-R-A	PODR-R-A	RIVP-R-A	FNOI-D-1	RHMF-O-1	RIBA-O-1	FNOI-D-1	RHMF-O-15CA
-0,74%	2,18%	2,30%	2,89%	2,52%	-3,45%	-4,37%	5,63%	2,78%	2,15%	-4,27%	-0,01%	1,08%	-4,77%	-0,25%
-2,25%	1,85%	3,46%	3,87%	-1,31%	-5,16%	-0,79%	-2,32%	8,13%	8,69%	0,17%	-0,67%	0,65%	-0,78%	0,12%
-4,11%	-2,30%	4,75%	0,43%	-1,79%	-0,79%	-0,41%	-5,09%	3,57%	0,07%	2,51%	0,48%	-0,87%	2,90%	0,26%
-4,05%	-2,81%	0,46%	4,39%	-2,24%	-0,83%	-3,88%	-0,62%	2,58%	4,34%	2,22%	-0,42%	1,75%	2,38%	0,12%
-2,33%	0,64%	0,89%	2,26%	-1,43%	-0,02%	1,58%	-3,44%	-0,08%	5,13%	1,56%	0,02%	0,53%	1,82%	-0,13%
-4,52%	0,17%	3,07%	-3,20%	-8,48%	-1,22%	-2,61%	-10,65%	-3,39%	-2,52%	0,73%	0,51%	0,13%	0,87%	-0,16%
8,57%	4,52%	11,38%	-13,01%	2,88%	11,47%	3,03%	-0,24%	6,06%	14,43%	0,68%	1,12%	1,83%	0,11%	0,01%
8,07%	1,53%	0,82%	3,53%	-2,90%	5,66%	2,79%	6,69%	4,52%	-0,10%	0,17%	0,97%	-2,04%	0,11%	-0,03%
2,71%	3,80%	8,74%	-2,54%	0,27%	0,63%	2,10%	-1,12%	-1,12%	-0,70%	-0,27%	-0,44%	-0,01%	0,53%	-0,22%
0,51%	11,32%	-0,10%	0,57%	5,02%	-0,53%	5,97%	1,35%	7,19%	14,86%	0,34%	0,34%	0,04%	0,19%	0,09%
-5,29%	2,66%	1,86%	-0,62%	0,82%	-3,02%	-0,81%	3,46%	-3,95%	4,73%	1,54%	-0,05%	0,74%	1,68%	-0,09%
-4,03%	-0,78%	-1,11%	-1,32%	-1,62%	-7,93%	-3,89%	0,31%	-6,03%	-3,62%	-0,37%	-0,19%	-0,07%	0,56%	0,02%
-15,40%	-0,27%	-6,21%	-1,78%	-2,12%	2,85%	-2,93%	2,85%	-5,40%	-1,09%	2,50%	0,33%	-1,28%	2,58%	-0,14%
-12,64%	3,54%	0,95%	-3,13%	1,67%	1,29%	2,23%	5,38%	4,34%	2,39%	4,64%	0,45%	-0,12%	3,81%	-0,20%
-10,04%	2,93%	-2,85%	2,03%	2,89%	-2,93%	-1,26%	1,15%	-0,92%	-3,90%	0,31%	0,00%	-0,18%	0,70%	-0,41%
-0,62%	-2,09%	-2,28%	0,42%	1,32%	-1,38%	-1,71%	2,97%	2,80%	-0,46%	0,80%	-0,36%	1,04%	1,37%	-0,29%
18,70%	-5,10%	0,80%	0,85%	1,63%	-3,44%	0,73%	2,04%	1,07%	3,61%	1,06%	0,27%	0,62%	0,98%	-0,01%
6,19%	2,94%	-0,02%	-2,93%	-4,38%	0,14%	0,53%	0,79%	2,22%	2,18%	0,94%	0,04%	1,07%	1,06%	-0,16%
0,80%	10,99%	-0,80%	-8,57%	-1,95%	1,52%	-3,30%	6,18%	0,82%	1,25%	-0,77%	-0,75%	-2,96%	-0,89%	-0,58%
-1,11%	1,95%	-2,15%	-4,48%	-1,51%	0,31%	0,72%	2,87%	-1,41%	7,52%	1,79%	-0,30%	0,12%	2,20%	-0,27%
0,44%	4,78%	-0,01%	-1,63%	-0,34%	-0,61%	-0,65%	0,09%	4,39%	-0,26%	0,22%	-0,18%	1,40%	0,26%	-0,36%
-6,30%	-7,35%	-3,08%	-3,94%	-5,00%	-4,30%	-1,36%	0,21%	0,65%	-2,18%	0,24%	-0,75%	-2,23%	0,31%	-0,52%
2,15%	-5,05%	-1,65%	-7,49%	-1,33%	-4,31%	1,96%	0,92%	6,66%	7,99%	0,29%	0,08%	0,01%	0,30%	-0,18%

Izvor: Izračun autora

Prikazani mjesečni prinosi dionica i obveznica omogućuju izračun ukupnih prinosa pojedine dionice i obveznice, te izračun njihovih varijanci i standardnih devijacija koje su prikazane u tablici 11.

**Tablica 11. Ukupni prinosi varijance i standardne devijacije odabranih dionica i obveznica**

	ADPL-R-A	ADRS-P-A	ATGR-R-A	ERNT-R-A	HT-R-A	INA-R-A	KOEI-R-A	KRAS-R-A	PODR-R-A	RIVP-R-A	FNOI-D-1	RHMF-O-1	RIBA-O-1	FNOI-D-1	RHMF-O-15CA
Očekivana vrijednost	-1,10%	1,31%	0,84%	-1,45%	-0,76%	-0,70%	-0,28%	0,84%	1,54%	2,80%	0,74%	0,02%	0,05%	0,79%	-0,15%
Varijanca	0,005042	0,001925	0,001375	0,001715	0,000845	0,001471	0,000660	0,001441	0,001485	0,002533	0,000250	0,000024	0,000147	0,000269	0,000004
Standardna devijacija	7,10%	4,39%	3,71%	4,14%	2,91%	3,83%	2,57%	3,80%	3,85%	5,03%	1,58%	0,49%	1,21%	1,64%	0,20%

Izvor: Izračun autora

Iz prikazane tablice možemo vidjeti da isto kao i kod dioničkog portfelja i u mješovitom portfelju najveći prinos očekivano ima dionica RIVP-R-A, s tim da sve tri odabrane obveznice nose značajno manji rizik od svih dionica, dok je najmanje rizična obveznica RHMF-O-15CA s standardnom devijacijom 0,20%.

Kako bi dobili efikasne portfelje potrebno je prethodno izračunati matricu varijanci i kovarijanci. Navedena matrica je prikazana u tablici 12.

**Tablica 12. Matrica varijanci i kovarijanci mješovitog portfelja**

	Matrica varijanci i kovarijanci														
	ADPL-R-A	ADRS-P-A	ATGR-R-A	ERNT-R-A	HT-R-A	INA-R-A	KOEI-R-A	KRAS-R-A	PODR-R-A	RIVP-R-A	FNOI-D-167A	RHMF-O-172A	RIBA-O-177A	FNOI-D-171A	RHMF-O-15CA
ADPL-R-A	0,00484	0,00000	0,00101	-0,00036	0,00026	0,00053	0,00066	0,00021	0,00094	0,00115	-0,00035	0,00007	0,00017	-0,00037	0,000024
ADRS-P-A	0,00000	0,00185	0,00034	-0,00032	0,00046	0,00061	0,00030	0,00041	0,00027	0,00069	-0,00011	0,00001	-0,00002	-0,00015	-0,000012
ATGR-R-A	0,00101	0,00034	0,00132	-0,00034	0,00017	0,00056	0,00029	-0,00044	0,00041	0,00063	-0,00006	0,00006	0,00016	-0,00010	0,000027
ERNT-R-A	-0,00036	-0,00032	-0,00034	0,00165	0,00008	-0,00064	-0,00019	-0,00004	-0,00002	-0,00050	-0,00004	-0,00004	0,00007	-0,00002	0,000029
HT-R-A	0,00026	0,00046	0,00017	0,00008	0,00081	0,00012	0,00027	0,00049	0,00035	0,00062	-0,00005	0,00002	0,00011	-0,00008	0,000007
INA-R-A	0,00053	0,00061	0,00056	-0,00064	0,00012	0,00141	0,00039	0,00021	0,00031	0,00059	0,00013	0,00011	-0,00001	0,00009	0,000004
KOEI-R-A	0,00066	0,00030	0,00029	-0,00019	0,00027	0,00039	0,00063	0,00005	0,00048	0,00074	0,00010	0,00006	0,00002	0,00008	0,000012
KRAS-R-A	0,00021	0,00041	-0,00044	-0,00004	0,00049	0,00021	0,00005	0,00138	0,00015	0,00011	-0,00008	-0,00001	-0,00011	-0,00012	-0,000025
PODR-R-A	0,00094	0,00027	0,00041	-0,00002	0,00035	0,00031	0,00048	0,00015	0,00143	0,00111	-0,00003	0,00003	0,00009	-0,00014	0,000016
RIVP-R-A	0,00115	0,00069	0,00063	-0,00050	0,00062	0,00059	0,00074	0,00011	0,00111	0,00246	0,00006	0,00005	0,00022	-0,00005	0,000037
FNOI-D-167A	-0,00035	-0,00011	-0,00006	-0,00004	-0,00005	0,00013	0,00010	-0,00008	-0,00003	0,00006	0,00024	0,00002	0,00000	0,00024	0,000008
RHMF-O-172A	0,00007	0,00001	0,00006	-0,00003	0,00002	0,00011	0,00006	-0,00001	0,00003	0,00005	0,00002	0,00002	0,00001	0,00001	0,000004
RIBA-O-177A	0,00017	-0,00002	0,00016	0,00007	0,00011	-0,00001	0,00002	-0,00011	0,00009	0,00022	0,00000	0,00001	0,00014	0,00000	0,000008
FNOI-D-171A	-0,00037	-0,00015	-0,00010	-0,00002	-0,00008	0,00009	0,00008	-0,00012	-0,00014	-0,00005	0,00024	0,00001	0,00000	0,00026	0,000007
RHMF-O-15CA	0,00002	-0,00001	0,00003	0,00003	0,00001	0,00000	0,00001	-0,00002	0,00002	0,00004	0,00001	0,00000	0,00001	0,00001	0,000004

Izvor: Izračun autora

Udjeli dionica i obveznica uz različite razine rizika prikazani su u sljedećoj tablici.

**Tablica 13. Udjeli dionica i obveznica uz različite razine rizika**

ADPL-R-A	ADRS-P-A	ATGR-R-A	ERNT-R-A	HT-R-A	INA-R-A	KOEI-R-A	KRAS-R-A	PODR-R-A	RIVP-R-A	FNOI-D-167A	RHMF-O-172A	RIBA-O-177A	FNOI-D-171A	RHMF-O-15CA	E(Rit)	σπ
0	0,04945515	0	0	0	0	0	0,073986	0,034627	0,349262	0	0	0	0,492670445	0	1,55%	2,00%
0	0,03476103	0	0	0	0	0	0,0594	0	0,481927	0	0	0	0,423912365	0	1,78%	2,50%
0	0,017967588	0	0	0	0	0	0,037607	0	0,595334	0	0	0	0,349091288	0	2,00%	3,00%
0	0,005342331	0	0	0	0	0	0,017188	0	0,703781	0	0	0	0,273688114	0	2,21%	3,50%
0	0	0	0	0	0	0	0,009061	0	0,74657	0	0	0	0,244369093	0	2,30%	3,70%
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,808066	0	0	0	0,191934243	0	2,42%	4,00%
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,858575	0	0	0	0,141424635	0	2,52%	4,25%
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,908659	0	0	0	0,091340506	0	2,62%	4,50%
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,958395	0	0	0	0,041605376	0	2,72%	4,75%
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	2,80%	5,00%

Izvor: Izračun autora

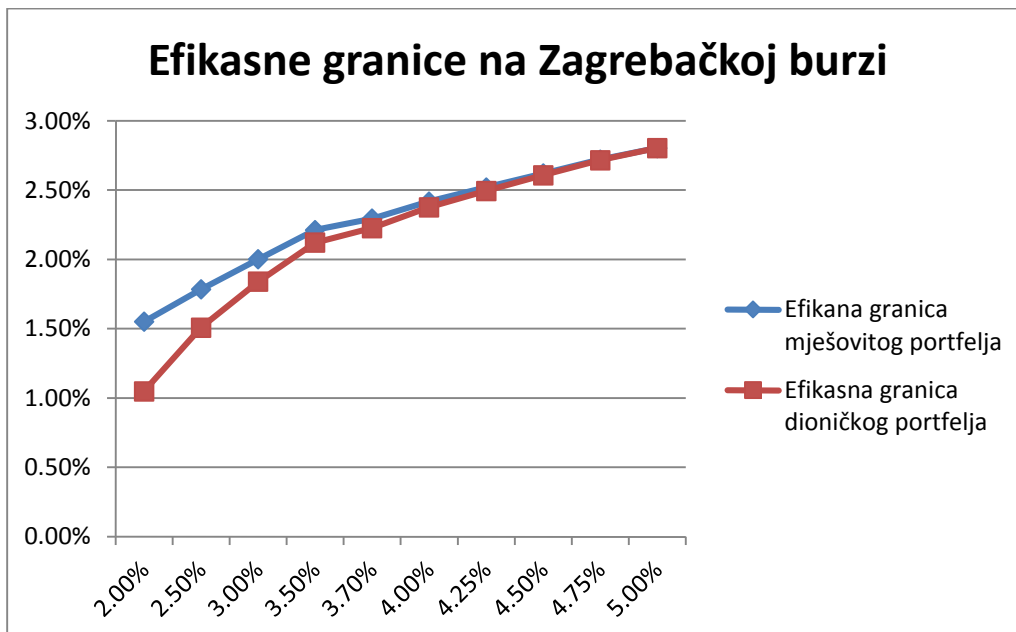
Na temelju navedene tablice vidimo da je pri manjim razinama rizika broj dionica i obveznica koje su uvrštene u portfelj veći. Taj se broj smanjuje s povećanjem rizika sve dok se portfelj ne sastoji samo od jedne dionice koja je najrizičnija no nosi najveći prinos.

Na temelju prethodnih izračuna formiraju se efikasni portfelji od kojih investitor izabire onaj koji je za njega najadekvatniji s obzirom na njegove preferencije. Na slici 7. Prikazana je efikasna granica na kojoj se nalaze svi za investitora efikasni portfelji.



**Slika 7. Efikasna granica mješovitog portfelja**

Izvor: Izradio autor



**Slika 8. Efikasne granice na Zagrebačkoj burzi**

Izvor: Izradio autor



Ukoliko usporedimo efikasne granice dioničkog i mješovitog portfelja možemo vidjeti određene razlike u ostvarenim prinosima. Mješoviti portfelj za iste razine rizika nosi veće prinose te je stoga za investitora isplativiji. Također kod efikasne granice mješovitog portfelja i dioničkog portfelja smo uočili da nakon određene razina rizika nema promjena prinosa, također u oba slučaja pri nižim razinama rizika portfelj se sastoji od većeg broja dionica dok povećanje rizika rezultira u konačnici s jednom zastupljenom dionicom u portfelju koja je najrizičnija, no nosi najveći prinos. Na temelju provedene analize možemo zaključiti da je na hrvatskom tržištu kapitala mješoviti portfelj za investitora efikasniji od dioničkog pri nižim razinama rizika, odnosno mješoviti portfelj će pri istoj razini rizika rezultirati većim prinosom, dok kod većih razina preuzetog rizika prinos koji nose dionički i mješoviti portfelj je jednak.

## 4. FORMIRANJE MJEŠOVITOG PORTFELJA NA NJEMAČKOM TRŽIŠTU KAPITALA

### 4.1. Povijesni razvoj i obilježja frankfurtske burze<sup>36</sup>

Povijest Frankfurta kao financijskog središta potječe još od ranog srednjeg vijeka. Frankfurt je već 1180. godine imao pravo kovanja novca, dok je 1402. godine otvorena i prva mjenjačnica novca<sup>37</sup>. Početak razvoja frankfurtske burze veže se uz srednjovjekovne sajmove na kojima se vršila slobodna trgovina, a bili su održavani od strane kralja Ljudevita Njemačkog. Zahvaljujući tomu grad je postao središte trgovinskih i financijskih usluga.

Budući da tada nije postojala jedinstvena valuta u zemljama Europe kao ni u njemačkom carstvu, a veliki broj zemalja se raspao na veliki broj malih regija koje su imale svoje zasebne monetarne sustave, a plaćanja su bila bazirana na različitim vrstama novčanica. Navedeno je rezultiralo problemima kod monetarnih transakcija u Frankfurtu koje su dovele do mnogih prevara.

Kako bi se to spriječilo 1585 godine uveden je fiksni devizni tečaj. Na ovaj događaj danas se gleda kao na rođenje frankfurtske burze. Frankfurtska burza je tijekom sljedećih stoljeća postala jedna od najznačajnijih svjetskih burzi uz burze u Londonu i Parizu.

Na samom početku najviše se trgovalo mjenicama, dok je periodno trgovanje zadužnicama i obveznicama pokrenuto krajem sedamnaestog stoljeća. Tada je rođeno tržište u kojem se i osobe koje nisu bili trgovci također mogli ulagati svoju imovinu, a trgovanje državnim obveznicama na frankfurtskoj burzi započelo je krajem 18. stoljeća.

Napretkom Rothschild dinastije na vodeće kapitalne posrednike među europskim dinastijama, Frankfurt se razvio u centar za međunarodni kapital s jednom od najvećih svjetskih burzi.

Prve dionice kojima se trgovalo na frankfurtskoj burzi bile su one austrijske Narodne banke, navedene dionice emitirane su 1820-te godine. Frankfurt je vremenom dobivao sve značajniji položaj u svijetu financija, posebice u pogledu međunarodnih arbitražnih poslova i plasmana inozemnih emisija vrijednosnih papira.

---

<sup>36</sup> Bazirano na: [www.deutsche-boerse.com](http://www.deutsche-boerse.com) i [www.poslovni.hr](http://www.poslovni.hr)

<sup>37</sup> Hanžeković M.(1990):"Vrijednosni papiri i njihovo tržište", Institut za javne financije Zagreb, str. 74

Prije početka prvog svjetskog rata na frankfurtskoj burzi je kotiralo 388 obveznica i 51 strana dionica, u Frankfurtu se u tom razdoblju trgovalo s ukupno 1500 vrijednosnih papira.

Svjetski rat i njegove posljedice imale su značajan utjecaj na frankfurtsku burzu. Strane dionice i obveznice njemački investitori su prodali iz straha od instrumentalizacije od strane zaraćenih zemalja. Do kraja rata Njemačka je izgubila sve strane vrijednosne papire te izgubila svoj položaj međunarodne burze.

Inflacija je dosegla svoj vrhunac 1923. godine te je burza pretrpjela značajne gubitke. 1929. godine točnije na dan 25. Listopada 1929. godine došlo je do drastičnog pada cijena na burzi te je taj dan ušao u povijest kao "crni petak".

1944. godine tijekom zračnog napada gotovo je sasvim uništena dvorana u kojoj su se održavali burzovni sastanci, koji su nakon navedenog napada održavani u podrumskim prostorijama zgrade.

Nakon sloma nacističkog režima burza je ostala zatvorena sljedećih šest mjeseci, te je otvorena u rujnu 1945 godine pod protektoratom vojne vlasti SAD-a.

Frankfurtska burza vrijednosnih papira postaje glavnom burzom u Njemačkoj 1949. godine te se na njoj osim nacionalnih pojavljuju i strani investitori.

Tijekom 1990-ih otvaraju se nove mogućnosti za ulaganje, budući da niti Frankfurtsku burzu nije zaobišao snažan rast cijena dionica novih informatičkih kompanija, poznatiji kao dot-com boom.

1993. godine Frankfurtska burza vrijednosnih papira postaje okosnicom Deutsche Börse AG s novom velikom organizacijom za pružanje financijskih usluga, također sa sjedištem u Frankfurtu.

U mjesecu svibnju godine 2011. u potpunosti je ukinut klasični način trgovanja te je uvedeno elektroničko trgovanje. Trgovanje se u potpunosti odvija elektroničkim putem, uz asistenciju računalnog sustava Xetra. Frankfurtska burza ostvaruje više od 90% ukupnog prometa Njemačke burze te velik dio europskog tržišta vrijednosnih papira.

Na burzi kotiraju dionice iz više od 80 zemalja svijeta. Polovinu čine poduzeća iz Sjeverne Amerike potom slijede poduzeća iz Europa, potom iz Azije te sa malim udjelom iz Australije i Afrike.

Frankfurtska burza vrijednosnih papira je najveća burza unutar udruženja osam njemačkih burzi. Ukupan promet Frankfurtske burze čini 80% ukupnog prometa koje ostvaruje cjelokupna njemačka burza.

Na Frankfurtskoj burzi trguje se dionicama, obveznicama, warrantima, zlatom i inozemnim valutama, te rokovnim poslovima, poglavito opcijama.

Trgovanje se odvija na dvije glavne razine: službeno regulirano tržište te poluslužbeno tržište. Poluslužbeno tržište se također odvija na dvije razine na reguliranom tržištu na kojem se trguje dionicama manjih poduzeća i slobodno tržište na kojem se trguje njemačkim i inozemnim vrijednosnicama kojima se ne trguje niti na jednom od prethodno navedenih tržišta.

Bankovni brokeri su isključivi posrednici na burzi, te tečajnog posrednika samo obavještavaju o obavljenim poslovima. Tečajni broker posreduje između banaka, te izračunava i ističe službene tečajeve vrijednosnica.

Tečajni broker, u izuzetno rijetkim slučajevima, smije poslovati za svoj račun i u svoje ime. Slobodni posrednik nije uključen ni u izračunavanje i isticanje službenih tečajeva, ni u izvršavanje naloga javnosti, ulagača na službenom tržištu. On posreduje u transakcijama između banaka, na slobodnom tržištu i u izračunavanju i isticanju cijena na istom tržištu.

Frankfurtska burza nema tip posrednika kao što je market-maker, budući da službeni tečaj utvrđuje tečajni broker, i to vaganjem primljenih ponuda za kupnju i ponudu za prodaju, te izračunavanjem razine ili razina cijena na kojima se najveća količina ponuda može izvršiti.

#### 4.2. Formiranje dioničkog portfelja i izračun odnosa prinosa i rizika dioničkog portfelja

Daljnja analiza provodi se na njemačkom tržištu kapitala kako bi se usporedili prinosi i rizici koje nose mješoviti portfelji na ovim različitim tržištima, odnosno njemačkom tržištu kao primjeru razvijenog tržišta kapitala, te hrvatskog kao rubnog tržišta.

Dionice na temelju kojih će se vršiti analiza uvrštene su u njemački dionički indeks DAX, te je u uzorak uzeto 10 dionica baš kao i na hrvatskom tržištu kapitala. Dionice odabrane u sastav portfelja su sljedeće:

**Tablica 14. Odabrane dionice sa Frankfurtske burze**

Dionica
Alianz SE
BMW AG ST
Bayer AG
Continental AG
Deutsche Bank AG
Lufthansa
RWE AG ST
SAP SE
Siemens AG
Volkswagen AG VZ

Izvor: Deutsche boerse

Odabrane su dionice uvrštene u njemački dionički indeks DAX, riječ je o dionicama velikih i stabilnih poduzeća koja su uspješna ne samo na njemačkom tržištu već i u svijetu. Budući da je njemačko gospodarstvo jedno od najmoćnijih, DAX ulagačima predstavlja mjerilo za europsko tržište s najboljom kombinacijom likvidnosti i volatilnosti. Odabrane dionice možemo i sektorski podijeliti kao i na hrvatskom tržištu kapitala. U sektor Autoindustrije i prijevoza uvrštavamo BMW, Continental, Volkswagen te Lufthansu. Deutsche Bank i Alianz pripadaju sektoru Financija, a Siemens sektoru Telekomunikacija, Bayer sektoru Zdravstvene skrbi, te SAP možemo uvrstiti u sektor Informacijskih tehnologija. Iz navedene sektorske podjele možemo vidjeti da je na njemačkom tržištu autoindustrija značajno zastupljena među

poduzećima s najkvalitetnijim dionicama na tržištu dok ista uopće nije zastupljena na hrvatskom tržištu kapitala. Za ostale sektore se može reći da su slični sektorima zastupljenim na hrvatskom tržištu.

U tablici 15. prikazane su cijene odabranih dionica na mjesečnoj razini u razdoblju od studenog 2013. godine do listopada 2015. godine.

**Tablica 15. Cijene dionica odabranih u portfelj na njemačkom tržištu kapitala**

Mjesec	CIJENA DIONICE (EUR)									
	Alianz	Bayer	BMW	Continental	Deutsche Bank	Lufthansa	RWE	SAP	Siemens	Volkswagen
stu.13	126,15	94,53	82,90	146,30	34,48	15,11	27,44	59,95	95,93	193,31
pro.13	125,74	97,62	82,40	154,79	33,92	15,32	26,55	60,04	95,72	194,80
sij.14	128,82	100,12	83,73	160,57	36,95	17,22	26,55	59,89	98,40	198,54
vlj.14	127,85	99,32	83,60	165,65	35,45	18,11	28,59	57,43	94,47	193,20
ožu.14	122,92	96,95	84,75	171,94	32,75	18,65	28,68	56,45	94,63	182,55
tra.14	121,61	96,23	91,26	171,44	32,09	19,04	28,25	57,84	96,94	193,20
svi.14	122,75	102,61	89,35	166,88	30,59	18,39	27,90	55,73	96,36	191,40
lip.14	123,44	104,17	92,09	172,19	27,72	17,27	30,29	56,25	98,37	194,85
srp.14	127,68	101,61	93,28	167,00	26,33	14,77	31,25	58,73	94,01	184,83
kol.14	126,19	98,23	88,56	159,60	25,11	13,00	29,20	58,17	92,28	170,24
ruj.14	133,66	107,66	88,67	161,13	27,20	13,21	31,07	58,92	96,36	173,33
lis.14	123,08	105,52	81,50	148,17	25,25	11,73	27,64	53,45	86,45	158,39
stu.14	132,38	114,09	85,87	159,60	24,79	13,06	27,70	54,76	90,97	174,61
pro.14	137,12	115,69	89,96	171,33	25,45	14,07	27,56	56,57	93,18	183,82
sij.15	141,28	120,59	94,19	186,75	24,98	14,63	23,84	56,75	95,36	190,52
vlj.15	148,10	126,62	107,77	207,98	27,99	13,69	23,84	60,27	96,13	215,60
ožu.15	156,62	139,08	116,21	219,35	30,59	13,28	24,20	65,01	100,82	240,64
tra.15	162,68	138,18	112,65	222,52	31,61	12,60	24,12	68,34	100,62	239,67
svi.15	149,71	132,46	105,23	213,52	28,73	13,28	22,28	67,65	96,80	226,20
lip.15	142,60	128,66	100,11	211,12	27,85	12,06	20,11	65,40	94,56	214,41
srp.15	147,97	131,32	94,29	211,98	29,47	12,31	19,40	65,26	92,81	199,41
kol.15	148,35	127,13	86,28	203,75	28,59	11,66	16,45	62,61	93,68	177,27
ruj.15	139,88	117,64	82,30	188,15	25,29	11,63	11,43	58,05	83,88	145,43
lis.15	149,06	113,57	87,83	205,70	25,91	13,49	12,15	64,74	85,73	103,50

Izvor: Deutsche boerse

Na temelju cijena dionica odabranih u portfelj izračunati su mjesečni prinosi dionica koji su prikazani u tablici 16.

**Tablica 16. Mjesečni prinosi dionica u portfelju**

Prinosi dionica %									
Alianz	Bayer	BMW	Continental	Deutsche Bank	Lufthansa	RWE	SAP	Siemens	Volkswagen
-0,32%	3,21%	-0,61%	5,65%	-1,64%	1,39%	-3,28%	0,15%	-0,23%	0,77%
2,42%	2,53%	1,61%	3,66%	8,54%	11,67%	-0,03%	-0,24%	2,76%	1,90%
-0,75%	-0,80%	-0,16%	3,12%	-4,15%	5,02%	7,42%	-4,20%	-4,07%	-2,73%
-3,94%	-2,41%	1,37%	3,73%	-7,91%	2,97%	0,31%	-1,73%	0,17%	-5,67%
-1,07%	-0,75%	7,40%	-0,29%	-2,04%	2,03%	-1,50%	2,45%	2,41%	5,67%
0,94%	6,42%	-2,12%	-2,70%	-4,80%	-3,45%	-1,25%	-3,73%	-0,60%	-0,94%
0,56%	1,51%	3,02%	3,13%	-9,83%	-6,28%	8,21%	0,94%	2,06%	1,79%
3,38%	-2,49%	1,28%	-3,06%	-5,15%	-15,66%	3,12%	4,31%	-4,53%	-5,28%
-1,18%	-3,38%	-5,18%	-4,54%	-4,76%	-12,72%	-6,77%	-0,97%	-1,85%	-8,22%
5,75%	9,16%	0,11%	0,96%	8,02%	1,60%	6,18%	1,28%	4,32%	1,80%
-8,24%	-2,01%	-8,43%	-8,39%	-7,44%	-11,89%	-11,68%	-9,75%	-10,85%	-9,01%
7,28%	7,82%	5,23%	7,43%	-1,84%	10,72%	0,22%	2,43%	5,09%	9,75%
3,52%	1,39%	4,65%	7,10%	2,63%	7,47%	-0,53%	3,25%	2,41%	5,14%
2,99%	4,15%	4,59%	8,61%	-1,86%	3,87%	-14,48%	0,31%	2,31%	3,58%
4,71%	4,87%	13,47%	10,77%	11,37%	-6,61%	0,00%	6,02%	0,80%	12,36%
5,59%	9,39%	7,54%	5,32%	8,88%	-3,08%	1,50%	7,57%	4,77%	10,99%
3,80%	-0,65%	-3,11%	1,44%	3,29%	-5,20%	-0,33%	5,01%	-0,20%	-0,41%
-8,31%	-4,23%	-6,82%	-4,13%	-9,54%	5,18%	-7,94%	-1,02%	-3,88%	-5,78%
-4,86%	-2,91%	-4,98%	-1,13%	-3,14%	-9,64%	-10,24%	-3,38%	-2,34%	-5,35%
3,69%	2,05%	-5,99%	0,41%	5,67%	2,13%	-3,60%	-0,21%	-1,87%	-7,25%
0,26%	-3,24%	-8,88%	-3,96%	-3,04%	-5,48%	-16,53%	-4,14%	0,93%	-11,77%
-5,87%	-7,76%	-4,72%	-7,97%	-12,25%	-0,21%	-36,33%	-7,57%	-11,05%	-19,80%
6,35%	-3,52%	6,49%	8,92%	2,41%	14,84%	6,03%	10,91%	2,18%	-34,01%

Izvor: Izračun autora

Iz izračunatih prinosa formiraju se očekivani prinosi pojedinih dionica te njihove varijance i standardne devijacije koje su prikazane sljedećom tablicom.

**Tablica 17. Očekivani prinosi varijance i standardne devijacije odabranih dionica**

	Alianz	Bayer	BMW	Continental	Deutsche Bank	Lufthansa	RWE	SAP	Siemens	Volkswagen
Očekivani prinosi	0,73%	0,80%	0,25%	1,48%	-1,24%	-0,49%	-3,54%	0,33%	-0,49%	-2,72%
Varijanca	0,001955	0,002019	0,003216347	0,00278321	0,004101654	0,006145	0,009137065	0,002158234	0,001747	0,010001996
Standardna devijacija	4,42%	4,49%	5,67%	5,28%	6,40%	7,84%	9,56%	4,65%	4,18%	10,00%

Izvor: Izračun autora



Na temelju podataka u tablici 17. možemo vidjeti da se najveći prinos očekuje od dionice Continentala 1,48%, te se stoga očekuje da se udio te dionice u portfelju povećava s porastom rizika kojeg je investitor spreman preuzeti, a najveći rizik nosi dionica Volkswagena čak 10%.

Kako bi dobili efikasnu granicu na kojoj se nalaze portfelji koji su prikladni za investitora potrebno je kao i u prethodnim izračunima formirati matricu A na temelju koje dobijemo matricu varijanci i kovarijanci koristeći se funkcijama u Excelu. Matrica varijanci i kovarijanci prikazana je u tablici 18.

**Tablica 18. Matrica varijanci i kovarijanci portfelja na njemačkom tržištu kapitala**

	Matrica varijanci i kovarijanci									
	Alianz	Bayer	BMW	Continental	Deutsche Bank	Lufthansa	RWE	SAP	Siemens	Volkswagen
Alianz	0,00187309	0,001253322	0,001476	0,001537611	0,001966673	0,000976	0,002175621	0,001493	0,001309	0,00127982
Bayer	0,00125332	0,001935334	0,00121	0,001229049	0,00170983	0,000621	0,001974294	0,000709	0,00121	0,00308202
BMW	0,00147646	0,001210162	0,003082	0,002316555	0,001707543	0,001384	0,002519903	0,001824	0,001385	0,002503855
Continental	0,00153761	0,001229049	0,002317	0,002667241	0,001882542	0,002113	0,002555438	0,00164	0,001535	0,001959752
Deutsche Bank	0,00196667	0,00170983	0,001708	0,001882542	0,003930752	0,001152	0,002442574	0,001723	0,001524	0,002373147
Lufthansa	0,00097645	0,000621474	0,001384	0,002113113	0,001151886	0,005889	0,001274775	0,000938	0,00134	-0,000515045
RWE	0,00217562	0,001974294	0,00252	0,002555438	0,002442574	0,001275	0,008756354	0,00251	0,002211	0,002987233
SAP	0,00149266	0,000709008	0,001824	0,001640183	0,001723266	0,000938	0,002510495	0,002068	0,001251	0,000777201
Siemens	0,00130936	0,001209631	0,001385	0,001535341	0,001523571	0,00134	0,002210838	0,001251	0,001674	0,001925647
Volkswagen	0,00127982	0,00308202	0,002504	0,001959752	0,002373147	-0,00052	0,002987233	0,000777	0,001926	0,009585246

Izvor: Izračun autora

Na glavnoj dijagonali matrice varijanci i kovarijanci nalaze se varijance prinosa iz kojih također možemo zaključiti koja je dionica od odabranih najrizičnija. Iz varijanci prinosa možemo potvrditi prethodno definiranu najrizičniju dionicu, odnosno dionicu Volkswagena.

U tablici 19. prikazani su udjeli dionica u sastavljenom portfelju na njemačkom tržištu kapitala prema različitim razinama rizika.

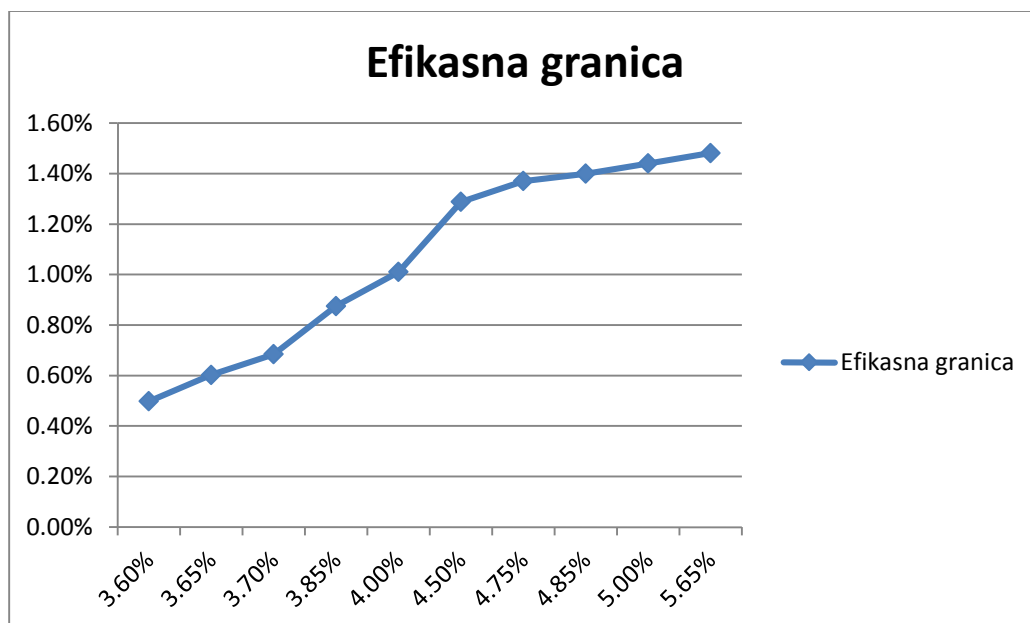
**Tablica 19. Udjeli dionica u portfelju na Frankfurtskoj burzi**

Alianz	Bayer	BMW	Continental	Deutsche Bank	Lufthansa	RWE	SAP	Siemens	Volkswagen	E(R <sub>π</sub> )	σ <sub>π</sub>
0	0,507129606	0	0	0	0,086708999	0	0,406161	0	0	0,50%	3,60%
0,029241712	0,507369307	0	0,057088537	0	0,053074611	0	0,353226	0	0	0,60%	3,65%
0,044998404	0,495035839	0	0,113655613	0	0,033282664	0	0,313027	0	0	0,68%	3,70%
0,087056778	0,460019234	0	0,256108903	0	0	0	0,196815	0	0	0,88%	3,85%
0,124766819	0,425026921	0	0,375006637	0	0	0	0,0752	0	0	1,01%	4,00%
0	0,282983154	0	0,717016846	0	0	0	0	0	0	1,29%	4,50%
0	0,162593232	0	0,837406768	0	0	0	0	0	0	1,37%	4,75%
0	0,120298795	0	0,879701205	0	0	0	0	0	0	1,40%	4,85%
0	0,060908642	0	0,939091358	0	0	0	0	0	0	1,44%	5,00%
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1,48%	5,65%

Izvor: Izračun autora

U prikazanoj tablici vidimo da je broj zastupljenih dionica veći pri manjim razinama rizika, rezultat povećanja razine rizika je portfelj koji se sastoji od samo jedne dionice koja je najrizičnija te nosi najveći prinos za investitora.

Nakon što su dobiveni svi prethodni izračuni moguće je formirati efikasni granicu koristeći ponovno alat za rješavanje u Excelu. Alat za rješavanje omogućuje nam da na temelju postavljenih ograničenja i željenog cilja dobijemo upravo one portfelje koji su za investitora efikasni s obzirom na rizik koji je voljan preuzeti i prinos koji želi ostvariti. Dobivena efikasna granica prikazana je na slici 9.



**Slika 9. Efikasna granica dioničkog portfelja na njemačkom tržištu kapitala**

Izvor: Izradio autor

Usporedimo li dionički portfelj na njemačkom i hrvatskom tržištu kapitala možemo primijetiti da pri istim razinama rizika dionički portfelj na hrvatskom tržištu nosi značajno veći prinos. Npr. Pri razini rizika od 4% na njemačkom tržištu ostvaruje se prinos od 1,01% dok se na hrvatskom tržištu može ostvariti prinos od 2,38%. Na njemačkom tržištu kapitala potrebno je preuzeti veći rizik kako bi se ostvario prinos koji se na hrvatskom tržištu ostvari pri značajno nižoj razini rizika. Razlog tome može biti količina trgovanja na samim tržištima, na njemačkom tržištu kapitala trgovanje je učestalije te su promjene cijena manje. Dok se na hrvatskom tržištu kapitala trguje rjeđe, a promjene cijena dionica između trgovanja su značajnije. Stoga promjena cijene na hrvatskom tržištu može nositi veći prinos za investitora. Jednako kao i na hrvatskom tržištu kapitala broj dionica koje imaju udjel u portfelju je veći pri nižim razinama rizika, te se taj broj smanjuje povećanjem rizika sve dok u portfelju nije zastupljena samo jedna dionica.

#### 4.3. Formiranje mješovitog portfelja i izračun odnosa prinosa i rizika na njemačkom tržištu kapitala

Dionicama na temelju kojih se vršila analiza dioničkog portfelja na njemačkom tržištu kapitala dodaju se obveznice s istog tržišta kako bi se formirao mješoviti portfelj. Analizirane dionice prikazane su u sljedećoj tablici:

**Tablica 20. Odabrane dionice sa Frankfurtske burze**

<b>Dionica</b>
Alianz SE
BMW AG ST
Bayer AG
Continental AG
Deutsche Bank AG
Lufthansa
RWE AG ST
SAP SE
Siemens AG
Volkswagen AG VZ

Izvor: Deutsche boerse

Prikazanim dionicama dodaju se sljedeće obveznice:

**Tablica 21. Odabrane obveznice sa Frankfurtske burze**

<b>Obveznica</b>		
Bundesobl.V. 12/17 S.163	Bundeserep Deutschland Bundesobl	Federal bund
Bundanl.V. 07/17 II	Bundeserep Deutschland Anl	Federal bund
Nordea Bk 04/und.flr	Nordea bank	Corporate bund
Rickmers hold.anl 13/18	Rickmers Holding AG	Corporate bund
Bundesobl.V. 12/17 S.164	Bundeserep Deutschland Bundesobl	Federal bund

Izvor: Deutsche boerse

Njemačko tržište obveznica neusporedivo je s hrvatskim tržištem. Dok hrvatsko tržište obveznica karakterizira visoka nelikvidnost, njemačko je visoko likvidno, obveznicama se trguje redovito te su jedne od najsigurnijih svjetskih vrijednosnica. U analizi će se koristiti tri državne i dvije korporativne obveznice kako bi uzorak bio sličan onome na hrvatskom tržištu kapitala.

Njemačke obveznice su tražene iako prema posljednjim podacima nose negativnu kamatu stopu. Razlog ove na prvi pogled nemoguće situacije je u špekulacijama o raspadu euro-zone te povratku njemačke marke koja bi trebala dobiti snažno na vrijednosti.

Špekulacije koje su vezane za raspad eura razlog su spremnosti pojedinaca da izdrže negativne kamatne stope na njemačke obveznice u kratkom roku. Također ukoliko deflacija u euro-zoni potraje negativne kamatne stope mogle bi značiti pozitivan realan povrat<sup>38</sup>.

---

<sup>38</sup> [www.seebiz.eu](http://www.seebiz.eu)

Sljedeća tablica prikazuje cijene dionica i obveznica u odabranom vremenskom razdoblju.

**Tablica 22. Cijene dionica i obveznica uvrštenih u mješoviti portfelj na njemačkom tržištu kapitala**

Mjesec	Cijene dionica i obveznica (EUR)														
	Alianz	Bayer	BMW	Continental	Deutsche Bank	Lufthansa	RWE	SAP	Siemens	Volkswagen	Bundesobl S.163	Bundani	Nordea Bk	Rickmers hold.	Bundesobl S.164
stu.13	126,15	94,53	82,90	146,30	34,48	15,11	27,44	59,95	95,93	193,31	100,63	114,08	76,02	99,89	100,39
pro.13	125,74	97,62	82,40	154,79	33,92	15,32	26,55	60,04	95,72	194,80	100,27	113,35	78,38	98,83	99,90
sij.14	128,82	100,12	83,73	160,57	36,95	17,22	26,55	59,89	98,40	198,54	100,40	113,15	79,11	98,32	100,05
vlj.14	127,85	99,32	83,60	165,65	35,45	18,11	28,59	57,43	94,47	193,20	100,85	113,43	79,85	98,42	100,69
ožu.14	122,92	96,95	84,75	171,94	32,75	18,65	28,68	56,45	94,63	182,55	100,79	113,09	81,10	99,97	100,68
tra.14	121,61	96,23	91,26	171,44	32,09	19,04	28,25	57,84	96,94	193,20	100,74	112,72	83,94	98,88	100,67
svi.14	122,75	102,61	89,35	166,88	30,59	18,39	27,90	55,73	96,36	191,40	101,03	112,76	83,94	102,69	101,06
lip.14	123,44	104,17	92,09	172,19	27,72	17,27	30,29	56,25	98,37	194,85	101,17	112,62	83,17	104,86	101,25
srp.14	127,68	101,61	93,28	167,00	26,33	14,77	31,25	58,73	94,01	184,83	101,23	112,42	81,15	104,98	101,36
kol.14	126,19	98,23	88,56	159,60	25,11	13,00	29,20	58,17	92,28	170,24	101,30	112,21	79,73	102,46	101,51
ruj.14	133,66	107,66	88,67	161,13	27,20	13,21	31,07	58,92	96,36	173,33	101,37	111,98	78,85	103,14	101,61
lis.14	123,08	105,52	81,50	148,17	25,25	11,73	27,64	53,45	86,45	158,39	101,33	111,63	70,68	101,84	101,61
stu.14	132,38	114,09	85,87	159,60	24,79	13,06	27,70	54,76	90,97	174,61	101,27	111,25	69,82	94,22	101,54
pro.14	137,12	115,69	89,96	171,33	25,45	14,07	27,56	56,57	93,18	183,82	101,24	110,96	65,44	81,13	101,53
sij.15	141,28	120,59	94,19	186,75	24,98	14,63	23,84	56,75	95,36	190,52	101,39	110,77	69,08	78,36	101,71
vlj.15	148,10	126,62	107,77	207,98	27,99	13,69	23,84	60,27	96,13	215,60	101,51	110,61	70,01	81,60	101,89
ožu.15	156,62	139,08	116,21	219,35	30,59	13,28	24,20	65,01	100,82	240,64	101,49	110,29	73,77	92,05	101,86
tra.15	162,68	138,18	112,65	222,52	31,61	12,60	24,12	68,34	100,62	239,67	101,50	109,97	74,85	95,64	101,89
svi.15	149,71	132,46	105,23	213,52	28,73	13,28	22,28	67,65	96,80	226,20	101,36	109,49	76,67	96,60	101,66
lip.15	142,60	128,66	100,11	211,12	27,85	12,06	20,11	65,40	94,56	214,41	101,28	109,10	76,77	97,51	101,60
srp.15	147,97	131,32	94,29	211,98	29,47	12,31	19,40	65,26	92,81	199,41	101,30	108,83	72,71	100,70	101,68
kol.15	148,35	127,13	86,28	203,75	28,59	11,66	16,45	62,61	93,68	177,27	101,23	108,48	72,81	99,79	101,63
ruj.15	139,88	117,64	82,30	188,15	25,29	11,63	11,43	58,05	83,88	145,43	101,15	108,07	69,35	98,14	101,52
lis.15	149,06	113,57	87,83	205,70	25,91	13,49	12,15	64,74	85,73	103,50	101,15	107,76	65,07	99,01	101,55

Izvor: Deutche boerse

Koristeći se cijenama prikazanim u tablici 22. izračunati su mjesečni prinosi koje nosi pojedina dionica i obveznica, te su prikazani u sljedećoj tablici.

**Tablica 23. Mjesečni prinosi dionica i obveznica na njemačkom tržištu kapitala**

Prinosi dionica i obveznica %															
Alianz	Bayer	BMW	Continental	Deutsche Bank	Lufthansa	RWE	SAP	Siemens	Volkswagen	Bundesobl S.163	Bundani	Nordea Bk	Rickmers hold.	Bundesobl S.164	
-0,32%	3,21%	-0,61%	5,65%	-1,64%	1,39%	-3,28%	0,15%	-0,23%	0,77%	-0,36%	-0,64%	3,06%	-1,06%	-0,49%	
2,42%	2,53%	1,61%	3,66%	8,54%	11,67%	-0,03%	-0,24%	2,76%	1,90%	0,13%	-0,18%	0,92%	-0,52%	0,15%	
-0,75%	-0,80%	-0,16%	3,12%	-4,15%	5,02%	7,42%	-4,20%	-4,07%	-2,73%	0,45%	0,25%	0,93%	0,10%	0,64%	
-3,94%	-2,41%	1,37%	3,73%	-7,91%	2,97%	0,31%	-1,73%	0,17%	-5,67%	-0,06%	-0,30%	1,55%	1,57%	-0,02%	
-1,07%	-0,75%	7,40%	-0,29%	-2,04%	2,03%	-1,50%	2,45%	2,41%	5,67%	-0,05%	-0,32%	3,44%	-1,10%	-0,01%	
0,94%	6,42%	-2,12%	-2,70%	-4,80%	-3,45%	-1,25%	-3,73%	-0,60%	-0,94%	0,29%	0,03%	-0,01%	3,78%	0,39%	
0,56%	1,51%	3,02%	3,13%	-9,83%	-6,28%	8,21%	0,94%	2,06%	1,79%	0,14%	-0,12%	-0,92%	2,10%	0,19%	
3,38%	-2,49%	1,28%	-3,06%	-5,15%	-15,66%	3,12%	4,31%	-4,53%	-5,28%	0,06%	-0,18%	-2,45%	0,11%	0,11%	
-1,18%	-3,38%	-5,18%	-4,54%	-4,76%	-12,72%	-6,77%	-0,97%	-1,85%	-8,22%	0,07%	-0,19%	-1,77%	-2,43%	0,14%	
5,75%	9,16%	0,11%	0,96%	8,02%	1,60%	6,18%	1,28%	4,32%	1,80%	0,07%	-0,20%	-1,11%	0,66%	0,10%	
-8,24%	-2,01%	-8,43%	-8,39%	-7,44%	-11,89%	-11,68%	-9,75%	-10,85%	-9,01%	-0,04%	-0,31%	-10,94%	-1,26%	0,00%	
7,28%	7,82%	5,23%	7,43%	-1,84%	10,72%	0,22%	2,43%	5,09%	9,75%	-0,06%	-0,34%	-1,21%	-7,78%	-0,07%	
3,52%	1,39%	4,65%	7,10%	2,63%	7,47%	-0,53%	3,25%	2,41%	5,14%	-0,02%	-0,26%	-6,48%	-14,95%	-0,02%	
2,99%	4,15%	4,59%	8,61%	-1,86%	3,87%	-14,48%	0,31%	2,31%	3,58%	0,14%	-0,17%	5,41%	-3,48%	0,18%	
4,71%	4,87%	13,47%	10,77%	11,37%	-6,61%	0,00%	6,02%	0,80%	12,36%	0,12%	-0,14%	1,34%	4,05%	0,17%	
5,59%	9,39%	7,54%	5,32%	8,88%	-3,08%	1,50%	7,57%	4,77%	10,99%	-0,02%	-0,30%	5,24%	12,05%	-0,03%	
3,80%	-0,65%	-3,11%	1,44%	3,29%	-5,20%	-0,33%	5,01%	-0,20%	-0,41%	0,01%	-0,28%	1,46%	3,83%	0,03%	
-8,31%	-4,23%	-6,82%	-4,13%	-9,54%	5,18%	-7,94%	-1,02%	-3,88%	-5,78%	-0,14%	-0,44%	2,40%	1,01%	-0,23%	
-4,86%	-2,91%	-4,98%	-1,13%	-3,14%	-9,64%	-10,24%	-3,38%	-2,34%	-5,35%	-0,08%	-0,36%	0,13%	0,93%	-0,06%	
3,69%	2,05%	-5,99%	0,41%	5,67%	2,13%	-3,60%	-0,21%	-1,87%	-7,25%	0,02%	-0,24%	-5,43%	3,22%	0,08%	
0,26%	-3,24%	-8,88%	-3,96%	-3,04%	-5,48%	-16,53%	-4,14%	0,93%	-11,77%	-0,06%	-0,32%	0,14%	-0,91%	-0,05%	
-5,87%	-7,76%	-4,72%	-7,97%	-12,25%	-0,21%	-36,33%	-7,57%	-11,05%	-19,80%	-0,08%	-0,38%	-4,87%	-1,67%	-0,10%	
6,35%	-3,52%	6,49%	8,92%	2,41%	14,84%	6,03%	10,91%	2,18%	-34,01%	0,00%	-0,28%	-6,37%	0,88%	0,03%	

Izvor: Izračun autora

Mjesečni prinosi omogućuju izračun očekivanih prinosa pojedine dionice i obveznice te također izračun njihovih varijanci i standardnih devijacija kako je to izračunato i kod prethodnih portfelja.

**Tablica 24. Očekivani prinosi varijance i standardne devijacije mješovitog portfelja njemačkog tržišta kapitala**

	Alianz	Bayer	BMW	Continental	Deutsche Bank	Lufthansa	RWE	SAP	Siemens	Volkswagen	Bundesobl S.163	Bundani	Nordea Bk	Rickmers hold.	Bundesobl S.164
Očekivana vrijednost	0,73%	0,80%	0,25%	1,48%	-1,24%	-0,49%	-3,54%	0,33%	-0,49%	-2,72%	0,02%	-0,25%	-0,68%	-0,04%	0,05%
Varijanca	0,001955	0,002019	0,003216	0,002783	0,004102	0,006145	0,009137	0,002158	0,001747	0,010002	0,000002	0,000003	0,001519	0,002264	0,000004
Standardna devijacija	4,42%	4,49%	5,67%	5,28%	6,40%	7,84%	9,56%	4,65%	4,18%	10,00%	0,15%	0,17%	3,90%	4,76%	0,21%

Izvor: Izračun autora

Na temelju prethodnog izračuna vidimo da se najveći prinos nosi dionica Continentala, te je očekivano da će se s povećanjem rizika kojeg je investitor voljan preuzeti povećavati udio te dionice u portfelju. Dok se najmanji prinos očekuje od dionice RWE.

Koristeći se različitim funkcijama Excela poput MMULT() i TRANSPOSE() formira se matrica varijanci i kovarijanci, koja je nužna za dobivanje efikasne granice na kojoj leže svi portfelji koji su pogodni za investitora.

**Tablica 25. Matrica varijanci i kovarijanci mješovitog portfelja na njemačkom tržištu kapitala**

	Matrica varijanci i kovarijanci														
	Alianz	Bayer	BMW	Continental	Deutsche Bank	Lufthansa	RWE	SAP	Siemens	Volkswagen	Bundesobl S.163	Bundani	Nordea Bk	Rickmers hold.	Bundesobl S.164
Alianz	0,0018753	0,0012557	0,0014772	0,0015421	0,0019629	0,0009750	0,0021649	0,0014937	0,0013079	0,0012716	0,0000151	0,0000150	0,0002161	0,0000513	0,0000192
Bayer	0,0012557	0,0019380	0,0012110	0,0012340	0,0017057	0,0006198	0,0019625	0,0007101	0,0012080	0,0030730	0,0000128	0,0000119	0,0005680	0,0003489	0,0000141
BMW	0,0014772	0,0012110	0,0030826	0,0023181	0,0017062	0,0013834	0,0025162	0,0018248	0,0013846	0,0025010	0,0000145	0,0000151	0,0006806	0,0000581	0,0000173
Continental	0,0015421	0,0012340	0,0023181	0,0026764	0,0018749	0,0021101	0,0025336	0,0016422	0,0015323	0,0019430	0,0000075	0,0000060	0,0006622	-0,0001734	0,0000075
Deutsche Bank	0,0019629	0,0017057	0,0017062	0,0018749	0,0039372	0,0011544	0,0024609	0,0017215	0,0015261	0,0023872	0,0000096	0,0000100	0,0003968	0,0006287	0,0000108
Lufthansa	0,0009750	0,0006198	0,0013834	0,0021101	0,0011544	0,0058900	0,0012820	0,0009372	0,0013408	-0,0005095	-0,0000022	-0,0000058	0,0002139	-0,0010700	-0,0000086
RWE	0,0021649	0,0019625	0,0025162	0,0025336	0,0024609	0,0012820	0,0088087	0,0025056	0,0022181	0,0030273	0,0000475	0,0000622	0,0005208	0,0007366	0,0000652
SAP	0,0014937	0,0007101	0,0018248	0,0016422	0,0017215	0,0009372	0,0025056	0,0020688	0,0012502	0,0007734	-0,0000030	-0,0000040	0,0004177	0,0003563	-0,0000059
Siemens	0,0013079	0,0012080	0,0013846	0,0015323	0,0015261	0,0013408	0,0022181	0,0012502	0,0016749	0,0019312	0,0000025	0,0000024	0,0007619	0,0000078	0,0000013
Volkswagen	0,0012716	0,0030730	0,0025010	0,0019430	0,0023872	-0,0005095	0,0030273	0,0007734	0,0019312	0,0096160	0,0000170	0,0000220	0,0019940	0,0000337	0,0000163
Bundesobl S.163	0,0000151	0,0000128	0,0000145	0,0000075	0,0000096	-0,0000022	0,0000475	-0,0000030	0,0000025	0,0000170	0,0000022	0,0000024	0,0000017	0,0000097	0,0000030
Bundani	0,0000150	0,0000119	0,0000151	0,0000060	0,0000100	-0,0000058	0,0000622	-0,0000040	0,0000024	0,0000220	0,0000024	0,0000029	0,0000009	0,0000089	0,0000032
Nordea Bk	0,0002161	0,0005680	0,0006806	0,0006622	0,0003968	0,0002139	0,0005208	0,0004177	0,0007619	0,0019940	0,0000017	0,0000009	0,0014580	0,0006612	-0,0000012
Rickmers hold.	0,0000513	0,0003489	0,0000581	-0,0001734	0,0006287	-0,0010700	0,0007366	0,0003563	0,0000078	0,0000337	0,0000097	0,0000089	0,0006612	0,0021697	0,0000127
Bundesobl S.164	0,0000192	0,0000141	0,0000173	0,0000075	0,0000108	-0,0000086	0,0000652	-0,0000059	0,0000013	0,0000163	0,0000030	0,0000032	-0,0000012	0,0000127	0,0000042

Izvor: Izračunao autor

Na označenoj glavnoj dijagonali prikazane su varijance dionica i obveznica, na temelju tih varijanci možemo donijeti zaključak da je najrizičnija dionica Volkswagena s varijancom 0,0096160, dok je najmanje rizična državna obveznica Bundesobl S. 163 s varijancom 0,0000022.

Sljedeća tablica prikazuje zastupljenost pojedinih dionica i obveznica u mješovitom portfelju na njemačkom tržištu kapitala.



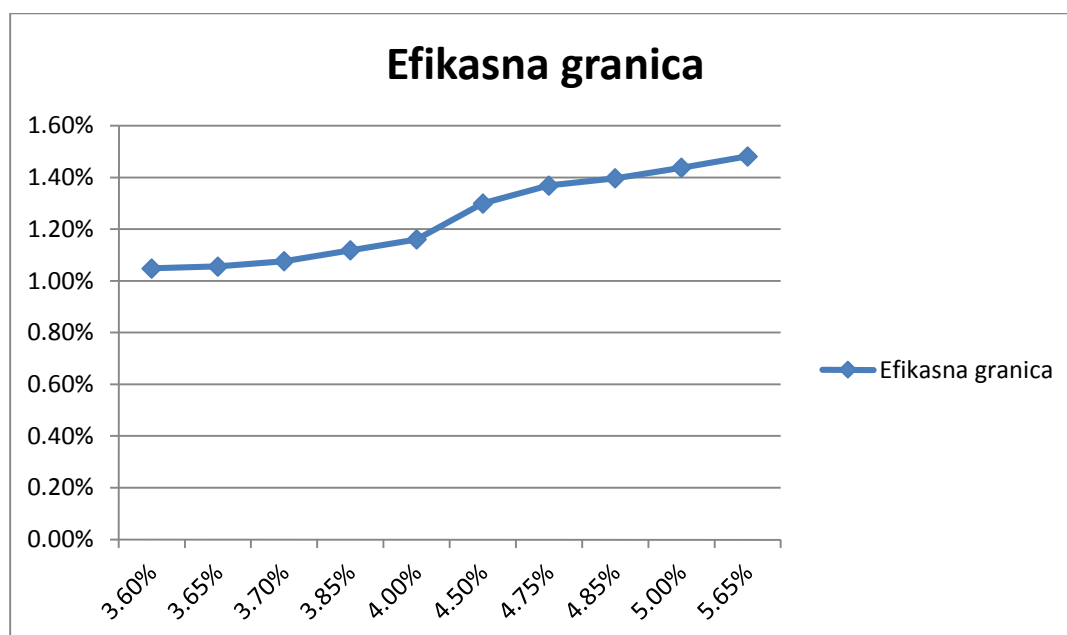
**Tablica 26. Udjeli dionica i obveznica u portfelju na njemačkom tržištu kapitala**

Alianz	Bayer	BMW	Continental	Deutsche Bank	Lufthansa	RWE	SAP	Siemens	Volkswagen	Bundesobl S.	Bundantl	Nordea Bk	Rickmers hold.	Bundesobl S.164	E(Rm)	arr.
0	0,079730702	0	0,655886503	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,001101894	0,263280901	1,05%	3,60%
0	0,096075657	0	0,657171225	0	0	0	0	0	0	0,239169017	0	0	0,003061827	0,004522274	1,06%	3,65%
0	0,085229609	0	0,672447766	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,242322625	1,08%	3,70%
0	0,087294608	0	0,699185375	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,210835129	1,12%	3,85%
0	0,089979495	0	0,726064799	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,179450715	1,16%	4,00%
0	0,094484486	0	0,81740832	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,076608051	1,30%	4,50%
0	0,098468566	0	0,862925617	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,025046658	1,37%	4,75%
0	0,105983628	0	0,881191298	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00447851	1,40%	4,85%
0	0,112027725	0	0,935788722	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,44%	5,00%
0	0,114330192	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,48%	5,65%

Izvor: Izračun autora

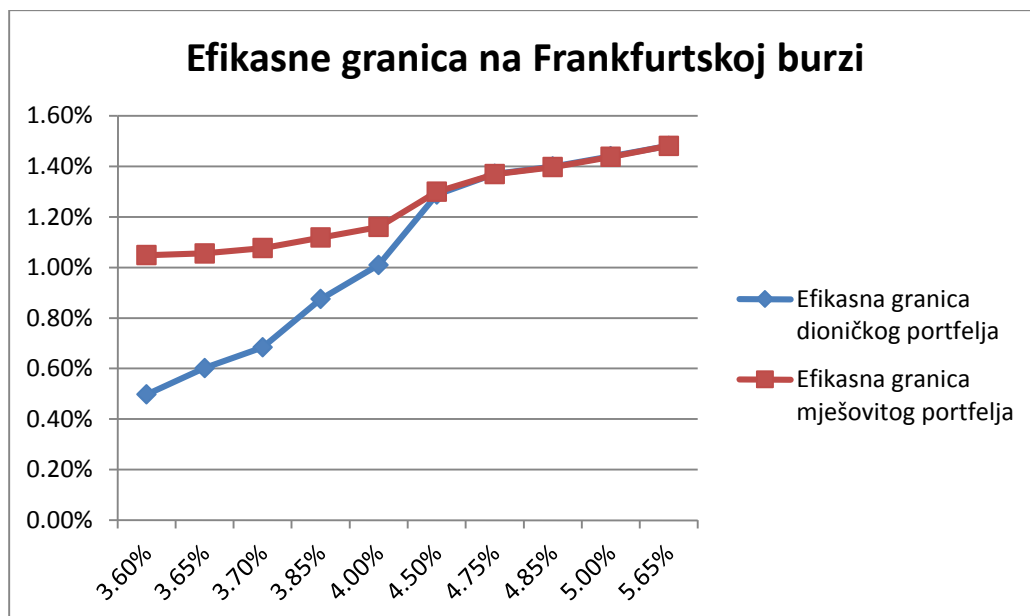
Kao i u prethodnim izračunima možemo vidjeti da je veći broj dionica i obveznica zastupljen pri manjim razinama rizik, iako u ovom slučaju je i pri manjim razinama rizika zastupljen mali broj dionica i obveznica. Taj broj se kako je prethodno navedeno smanjuje dok u portfelju nije zastupljena samo jedna vrijednosnica.

Na temelju svih prethodnih izračuna i koristeći se alatom za rješavanje u Excelu dobije se efikasna granica prikazana sljedećom slikom.



**Slika 10. Efikasna granica mješovitog portfelja na njemačkom tržištu kapitala**

Izvor: Izradio autor



**Slika 11. Efikasne granice portfelja na njemačkom tržištu kapitala**

Izvor: Izradio autor

U usporedbi efikasnih granica dioničkog i mješovitog portfelja očekuje se određena razlika u prinosu pri istim razinama rizika. Iz grafičkog prikaza možemo vidjeti da je na njemačkom tržištu kapitala ta razlika veća pri manjim razinama rizika dok se pri većim razinama rizika značajno smanjuje. Odnosno pri niskim razinama rizika mješoviti portfelj nosi veći prinos, no već pri razini rizika od 4,75% mješoviti portfelj se izjednačava s dioničkim portfeljem te je prinos koji nose uspoređeni portfelji jednak.

## 5. USPOREDBA ODNOSA PRINOSA I RIZIKA MJEŠOVITOG PORTFELJA NA NJEMAČKOM I HRVATSKOM TRŽIŠTU KAPITALA

Njemačko i Hrvatsko tržište kapitala značajno se razlikuju. Njemačko tržište kapitala spada u najrazvijenija tržišta kapitala, dok je hrvatsko tržište kapitala rubno.

Hrvatsko tržište kapitala ima mnoge nedostatke zbog kojih teško parira razvijenim tržištima. Jedan od najvećih nedostataka hrvatskog tržišta je svakako nelikvidnost. Rizik nelikvidnosti na razvijenim tržištima pojavljuje se u trenucima velikih svjetskih kriza, dok je pojava istog na manje razvijenim tržištima puno učestalija. Velike dnevne oscilacije cijena uz istodobno niske razine dnevnog prometa na burzama pokazatelji su nelikvidnosti<sup>39</sup>. Upravo taj rizik nelikvidnosti koji se javlja na manje razvijenim tržištima omogućuje ostvarenje većeg prinosa za investitora iako je i rizik koji investitor preuzima veći. Unatoč promjenama koje su ostvarene na hrvatskom tržištu kapitala nelikvidnost ostaje značajan problem. Ona se očituje u nedostatku stabilnih i visokih dnevnih prometa, visokoj volatilnosti cijena dionica, postojanju brojnih izrazito nelikvidnih dionica te mogućnosti utjecaja na cijenu pri velikim transakcijama<sup>40</sup>. Razvijena tržišta kapitala u koja ubrajamo i njemačko su likvidna te su promjene cijena jako male i neznčajne stoga vrijednosnice nose manje, no stabilnije prinose.

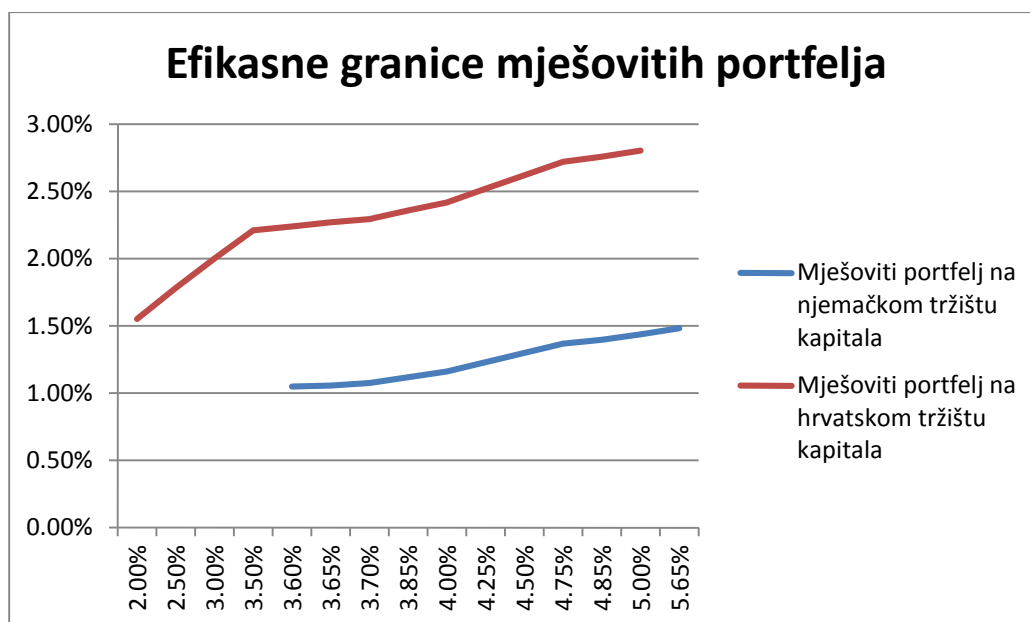
Njemačko tržište kapitala jedno od najvećih i najvažnijih tržišta u Europi, te je njemačko tržište kapitala znatno razvijenije i aktivnije od hrvatskog.

Sljedećom slikom prikazan je grafički prikaz efikasnih granica mješovitih portfelja oba značajno različita tržišta.

---

<sup>39</sup> Benić V., Franić I. (2008): "Komparativna analiza likvidnosti tržišta kapitala hrvatske i zemalja regije", *Financijska teorija i praksa* 32 (4), str. 481

<sup>40</sup> Benić V., Franić I. (2008): "Komparativna analiza likvidnosti tržišta kapitala hrvatske i zemalja regije", *Financijska teorija i praksa* 32 (4), str. 482



**Slika 12. Efikasne granice mješovitih portfelja na hrvatskom i njemačkom tržištu kapitala**

Izvor: Izračun autora

Kada uspoređujemo grafičke prikaze efikasnih granica koje smo dobili analizom mješovitih portfelja na njemačkom i hrvatskom tržištu kapitala možemo primijetiti da mješoviti portfelj na hrvatskom tržištu kapitala nosi veće prinose pri istim razinama rizika nego portfelj formiran od dionica i obveznica na njemačkom tržištu kapitala.

Promjene cijena između trgovanja na hrvatskom tržištu kapitala su značajnije što za investitora može biti dobro zbog toga što će te promjene u cijenama utjecati na ostvarenje većeg prinosa nego na njemačkom tržištu kapitala, iako je njemački portfelj sigurniji zbog toga što nema velikih promjena u vrijednosti dionica i obveznica.

Iz grafičkog prikaza možemo vidjeti da npr. pri razini rizika od 4% prinos na hrvatskom tržištu je 2,42% dok je pri istoj razini rizika prinos mješovitog portfelja na njemačkom tržištu kapitala 1,16%. Navedeno je bilo i očekivano upravo zbog problema nelikvidnosti koji se javlja na hrvatskom tržištu kapitala.

## 6. ZAKLJUČAK

Portfelj se definira kao linearna kombinacija ulagačkih instrumenata. Pod pojmom ulagačkog instrumenta možemo smatrati, u širokom smislu, bilo kakve vrijednosne papire<sup>41</sup>.

Formiranje portfelja vrijednosnica ovisi o preferencijama samog investitora, odnosno ovisi o njegovoj sklonosti riziku. Ukoliko je investitor skloniji riziku njegov cilj je ostvariti maksimalan prinos uz razinu rizika koju je spreman prihvatiti, no ukoliko je investitor nesklon riziku njegov cilj je minimizirati rizik i za minimalnu razinu rizika ostvariti maksimalan profit.

Harry M. Markowitz postavlja temelje "Moderne teorije portfelja". Markowitzev model temelji se na pronalasku ravnoteže, odnosno optimalnog odnosa između prinosa i rizika. Na temelju Markowitzevog modela moguće je formirati efikasan portfelj koji će zadovoljiti preferencije investitora vezane uz prinos i rizik.

Osnovna ideja Markowitzevog modela optimizacije portfelja temelji se na poznatoj maksimi: "Ne drži sva jaja u istoj košari"<sup>42</sup>. Zamisao je u diversifikaciji portfelja, odnosno sredstva koja su namijenjena ulaganju u rizičnu imovinu ne treba ulagati samo u jedan instrument, već u više njih<sup>43</sup>.

Na početku rada postavljene su dvije hipoteze koje bi provedenim istraživanjem trebale biti prihvaćene ili odbačene.

U radu su formirani mješoviti portfelji primjenom Markowitzeve "Moderne teorije portfelja" na dva različita tržišta kapitala hrvatskom i njemačkom kako bi se prikazala razlika u odnosu prinosa i rizika.

Na temelju provedene analize možemo prihvatiti postavljenu hipotezu da dodavanje obveznica u portfelj dionica rezultira ostvarivanjem očekivanog prinosa uz manji rizik. Zbog toga što je i na njemačkom i na hrvatskom tržištu dokazano da mješoviti portfelj nosi veće prinose za investitora pri istim razinama rizika, iako se nakon određene razine rizika taj prinos izjednačava na oba analizirana tržišta.

---

<sup>41</sup>Sabolić D. (2013):"Suvremena teorija portfelja i CAPM model" , bilješke s predavanja, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računalstva Zagreb, str.225

<sup>42</sup> maksima Burtona G. Malkiela, Tomić-Plazibat N., Aljinović Z., Marasović B. (2006): "Matematički modeli u financijskom upravljanju", Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split, str. 1

<sup>43</sup> Sabolić D. (2013):"Suvremena teorija portfelja i CAPM model" , Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računalstva Zagreb, str. 225

Druga hipoteza koje je postavljena pretpostavlja da je na njemačkom tržištu prinos mješovitog portfelja veći nego na hrvatskom tržištu kapitala. Na temelju provedenog istraživanja ta hipoteza se odbacuje. Mješoviti portfelj na hrvatskom tržištu kapitala nosi značajno veće prinose u odnosu na mješoviti portfelj formiran na njemačkom tržištu.

Stoga iako je hrvatsko tržište kapitala znatno slabije razvijeno od njemačkog tržišta, značajnije promjene u cijenama dionica koje se javljaju kao posljedica nelikvidnosti tržišta rezultirat će očekivano većim prinosom portfelja od prinosa koji nosi portfelj stabilnijeg njemačkog tržišta.

## SAŽETAK

Ključne riječi: Markowitzev model, njemačko tržište kapitala, hrvatsko tržište kapitala, dionice, obveznice, mješoviti portfelj

Cilj ovog istraživanja je bilo formiranje i usporedba mješovitih portfelja, odnosno portfelja formiranih od dionica i obveznica na hrvatskom i njemačkom tržištu kapitala koristeći se Markowitzevom modernom teorijom portfelja kako bi se prihvatile ili odbacile postavljene hipoteze. U uzorak su odabrane dionice uvrštene u indeks CROBEX10 na hrvatskom tržištu kapitala te dionice uvrštene u indeks DAX na njemačkom tržištu kapitala te su im se dodavale državne i korporativne obveznice na oba tržišta.

Također cilj je bio dokazati da će na oba navedena tržišta formirani mješoviti portfelj postići veće prinose uz iste razine rizika od dioničkog portfelja koristeći se Markowitzevim modelom kako bi se formirali optimalni portfelji. Što je i dokazano provedenom analizom.

Pretpostavka je bila da će mješoviti portfelj formiran na njemačkom tržištu kapitala postići veće prinose od portfelja formiranog na hrvatskom tržištu kapitala, no istraživanjem je dokazano da veći prinos nosi portfelj na hrvatskom tržištu kapitala bez obzira na njegovu značajno slabiju razvijenost i nedostatke u usporedbi s njemačkim tržištem.

## SUMMARY

Key words: Modern portfolio theory, German capital market, Croatian capital market, equities, bonds, mixed portfolio

The goal of this research is to form and compare portfolios made of equities and bonds on two different capital markets, Croatian and German using "Modern portfolio theory", to accept or decline formed hypothesis. The sample was made out of equities from the CROBEX10 index on Croatian market and from the DAX index on German capital market. After forming portfolio out of equities, with adding corporate and federal bonds, mixed portfolio was made.

Also the goal was to prove that in both of these markets formed mixed portfolio will achieve higher yield with the same level of risk as the equity portfolio using the Markowitz's model in order to establish the optimal portfolios . As it was proven by the analysis .

The assumption was that a mixed portfolio formed on the German capital market will achieve higher yield than portfolios formed on the Croatian capital market, but research has shown that a portfolio on the Croatian capital market has higher yield, regardless of its significantly lower development and disadvantages in comparison to the German market .



## LITERATURA

1. Aljinović Z., Marasović B., Šego B. (2011): "Financijsko modeliranje", Split: Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split
2. Aljinović Z., Marasović B. (2012): Matematički modeli u analizi razvoja hrvatskog financijskog tržišta", Split: Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split
3. Benić V., Franić I. (2008): "Komparativna analiza likvidnosti tržišta kapitala hrvatske i zemalja regije", Financijska teorija i praksa 32 (4) 480-500
4. Divjanović P. (2011): "Tržište kapitala u Hrvatskoj", Istraživački rad, Financijski klub, 2-5, raspoloživo na: <http://finance.hr/wp-content/uploads/2009/11/dp13012012.pdf> online 28. travnja 2015.
5. Golem S. (2015): "Metodologije ekonomskih istraživanja", nastavni materijali, Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split
6. Hanžeković M.(1990):"Vrijednosni papiri i njihovo tržište", Institut za javne financije Zagreb, 74-81.
7. Jakšić S. (2007): "Primjena Markowitzve teorije na tržište dionica Zagrebačke burze", Zbornik Ekonomskog fakulteta u Zagrebu godina 5, 332-343
8. Jerončić M., Aljinović Z. (2011): "Formiranje optimalnog portfelja pomoću Markowitzevog modela uz sektorsku podjelu kompanija", Stručni članak, Ekonomski pregled 62 (9-10), 583-606
9. Kunovac D. (2010): "Asimetrične korelacije na tržištu kapitala u Hrvatskoj", Odabrani prijevodi br.7/11, Institut za javne financije, str. 2-6, 21-22, raspoloživo na: <http://www.ijf.hr/OP/7.pdf> online 28. travnja 2015.
10. Latković M., Boršić D. (2000.):"Rizik nelikvidnosti aktivno i pasivno upravljanih dioničkih portfelja", Agencija za nadzor mirovinskih fondova i osiguranja, Zagreb 2000. str.3-10.
11. Latković M. (2001): "Nesinhrono trgovanje i proračun sistematskog rizika" Agencija za nadzor mirovinskih fondova i osiguranja, Zagreb 2001, 4
12. Milovanović-Morić B., Ćurković M. (2014): "Utjecaj svjetske financijske krize na formiranje multisektorski-diverzificiranih optimalnih portfelja uz pomoć Markowitzve teorije na zagrebačkoj burzi", Ekonomska misao i praksa br. 1, 390-392
13. Orlović M. (2009): "Efikasna diversifikacija", Istraživači rad, Financijski klub, 6.,online 10.8.

14. Orsag S. (2011): " Vrijednosni papiri- Investicije i instrumenti financiranja", Sarajevo: Revicon d.o.o., iiv-x, 1-5, raspoloživo na: <http://bs.scribd.com/doc/40328793/Vrijednosni-Papiri-Silvije-Orsag#scribd> preuzeto 26. travnja 2015.
15. Prka A. (2012): "Primjena moderne teorije portfelja i fundamentalne analize pri formiranju portfelja mirovinskog fonda", Diplomski rad, Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet
16. Saunders M., Lewis P. i Thornhill A. (2009): "Research Methods for Business Students", Essex, UK: Prentice Hall
17. Sabolić D. (2013): "Suvremena teorija portfelja i CAPM model" , bilješke s predavanja, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računalstva Zagreb, 225-228, raspoloživo na: [https://bib.irb.hr/datoteka/629660.Inzeko10b\\_Rizik\\_i\\_nesigurnost\\_II\\_130512.pdf](https://bib.irb.hr/datoteka/629660.Inzeko10b_Rizik_i_nesigurnost_II_130512.pdf) online 26. travnja 2015.
18. Statman, M.,(1987). "How Many Stocks Make a Diversified Portfolio?", The Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 22, No. 3, 353-361.
19. Tipurić D., Prester J.,: "Teorija očekivanog izbora" 1-15., prema : Kahneman D., Tversky A. (1979): "Prospect theory: An analysis of decisions under risk", Econometrica, 47
20. Tkalac Verčić A., Sinčić Ćorić D., Pološki Vokić N. (2010): " Priručnik za metodologiju istraživačkog rada: kako osmisliti, provesti i opisati znanstveno i stručno istraživanje", Zagreb: M.E.P., raspoloživo na: <http://www.manager.hr/adminmax/images/upload/AKCIJE/metodologija.pdf> , online 24. travnja 2015.
21. Tomić-Plazibat, N., Aljinović, Z., Marasović, B., (2006): "Matematički modeli u financijskom upravljanju". Split: Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet Split
22. Vizek M., Dadić T. (2006): "Integration of Croatian, cee and EU equity markets: cointegration approach", Ekonomski pregled, 57 (9-10), 631-638
23. Žugaj M., Dumičić K. i Dušak V. (2006): "Temelji Znanstvenoistraživačkog rada: Metodologija i metodika", Varaždin: Tiva

Internetski izvori:

1. <http://web.efzg.hr/dok/mat/pposedel/Moderna%20teorija%20portfelja.pdf> (25.11.2015.)
2. [http://en.wikipedia.org/wiki/Harry\\_Markowitz](http://en.wikipedia.org/wiki/Harry_Markowitz) (20.11.2015.)
3. <http://hrcak.srce.hr/> (20.11.2015.)
4. <http://www.hanfa.hr/nav/254/naslovni-teskt---trziste-kapitala.html> (25.9.2015.)
5. <http://zse.hr/> (15.11.2015.)
6. <http://deutsche-boerse.com/> (10.12.2015.)
7. <http://poslovni.hr/> (21.11.2015.)
8. <http://seebiz.eu/> (14.01.2016.)

## POPIS SLIKA

Slika 1. Funkcija korisnosti investitora koji izbjegava rizik

Slika 2. Funkcija korisnosti investitora koji izbjegava rizik, investitora koji je sklon riziku i investitora koji je indiferentan prema riziku

Slika 3. Skup mogućih portfelja

Slika 4. (a) skup minimalne varijance (b) efikasna granica

Slika 5. Sistemski i nesistemski rizik

Slika 6. Efikasna granica dioničkog portfelja na hrvatskom tržištu kapitala

Slika 7. Efikasna granica mješovitog portfelja

Slika 8. Efikasne granice portfelja na Zagrebačkoj burzi

Slika 9. Efikasna granica dioničkog portfelja na njemačkom tržištu kapitala

Slika 10. Efikasna granica mješovitog portfelja na njemačkom tržištu kapitala

Slika 11. Efikasne granice portfelja na njemačkom tržištu kapitala

Slika 12. Efikasne granice mješovitih portfelja na hrvatskom i njemačkom tržištu kapitala

## POPIS TABLICA

Tablica 1. Odabrane dionice sa Zagrebačke burze

Tablica 2. Cijene dionica uvrštenih u portfelj u razdoblju od dvije godine

Tablica 3. Mjesečni prinosi dionica uvrštenih u portfelj

Tablica 4. Ukupni prinosi, varijance i standardne devijacije dionica uvrštenih u portfelj

Tablica 5. Matrica varijanci i kovarijanci odabranih dionica

Tablica 6. Udjeli dionica uz različite razine rizika

Tablica 7. Odabrane dionice sa Zagrebačke burze

Tablica 8. Odabrane obveznice sa Zagrebačke burze

Tablica 9. Cijene dionica i obveznica u odabranom mješovitom portfelju

Tablica 10. Mjesečni prinosi dionica i obveznica odabranog mješovitog portfelja

Tablica 11. Ukupni prinosi varijance i standardne devijacije odabranih dionica i obveznica

Tablica 12. Matrica varijanci i kovarijanci mješovitog portfelja

Tablica 13. Udjeli dionica i obveznica uz različite razine rizika

Tablica 14. Odabrane dionice sa Frankfurtske burze

Tablica 15. Cijene dionica odabranih u portfelj na njemačkom tržištu kapitala

Tablica 16. Mjesečni prinosi dionica u portfelju

Tablica 17. Očekivani prinosi varijance i standardne devijacije odabranih dionica

Tablica 18. Matrica varijanci i kovarijanci portfelja na njemačkom tržištu kapitala

Tablica 19. Udjeli dionica u portfelju na Frankfurtskoj burzi

Tablica 20. Odabrane dionice sa Frankfurtske burze

Tablica 21. Odabrane obveznice sa Frankfurtske burze

Tablica 22. Cijene dionica i obveznica uvrštenih u mješoviti portfelj na njemačkom tržištu kapitala

Tablica 23. Mjesečni prinosi dionica i obveznica na njemačkom tržištu kapitala

Tablica 24. Očekivani prinosi varijance i standardne devijacije mješovitog portfelja njemačkog tržišta kapitala

Tablica 25. Matrica varijanci i kovarijanci mješovitog portfelja na njemačkom tržištu kapitala

Tablica 26. Udjeli dionica i obveznica u portfelju na Frankfurtskoj burzi