LINEARNO PROGRAMIRANJE U RJEŠAVANJU PROBLEMA ISHRANE NA PRIMJERU GRUPE REKREATIVNIH SPORTAŠA

Tomić, Elio

SVEUČILIŠTE U SPLITU

EKONOMSKI FAKULTET

ZAVRŠNI RAD

LINEARNO PROGRAMIRANJE U RJEŠAVANJU PROBLEMA ISHRANE NA PRIMJERU GRUPE REKREATIVNIH SPORTAŠA

Mentor:

Prof. dr. sc. Zoran Babić

Student:

Elio Tomić

Split, lipanj, 2019.

SADRŽAJ:

1. UVOD

1.1. Definicija problema

Pod probleme linearnog programiranja svrstavamo problem maksimuma i problem minimuma, a upravo je problem ishrane svojevrsni problem minimuma. Problem ishrane je spadao među prve ekonomske primjene problema linearnog programiranja, pri kojem je potrebno sastaviti program ishrane određene grupe ljudi ili većeg područja poput farme, vojnih ustrojbi, bolnica... Problem se sastoji u tome da izabrana hrana mora sadržavati zadovoljive količine hranjivih elemenata (kalorije, ugljikohidrati, bjelančevine i masti), a da su pritom troškovi nabave te hrane minimalni.

S problemom ishrane se može susresti u svakodnevnom životu i različito je primjenjiv zbog specifičnosti svake grupe i pojedinca, zavisno o njihovim prehrambenim potrebama i financijskim mogućnostima. Upravo zato je i zanimljiv na primjeru rekreativnih sportaša, grupe sačinjene od individualaca koji imaju relativno visoke prehrambene zahtjeve kao rezultat aktivnog stila života, ali uglavnom nemaju financijske mogućnosti na razini profesionalnih sportaša. Zbog toga su primorani tražiti optimalna rješenja koja mogu omogućiti ispunjavanje potreba.

1.2. Cilj rada

Cilj rada je kroz znanstveni pristup na svakodnevnom problemu definirati linearno programiranje; njegov standardni problem, osnovne teoreme i metode rješavanja te svrstati problem ishrane unutar tog opusa kako bi se bolje razumio kontekst rješavanja postavljenog problema. Naposljetku, koristeći se stečenim teorijskim znanjima i različitim metodama, cilj je riješiti postavljeni problem te pronaći i definirati optimalna rješenja koja su primjenjiva u praksi.

Kako bi rezultati bili što relevantniji, mora se definirati grupa rekreativnih sportaša, a zatim se razložiti na podskupine gdje su izraženije specifičnosti pojedinaca koje utječu na prehrambene potrebe (visina i težina). Dakle, primarni cilj je, koristeći se linearnim programiranjem, složiti program prehrane koji sadrži sve hranjive elemente koji su potrebni jednom rekreativnom sportašu iz određene podskupine uz minimalne troškove. Zatim, krajnji cilj je analizom osjetljivosti dobiti optimalna rješenja i za druge podskupine kako bi rad u potpunosti ispunio svoju svrhu.

1.3. Metode rada

Tema rada se nalazi u području kvantitativnih metoda u menadžmentu, pa će se takve metode, poput linearnog programiranja i koristiti. Kako bi se svaki proces bolje razumio, koristit će se i dokumentacijske metode poput opisivanja i objašnjavanja. Naposljetku, koristit će se evaluacijske metode da se dobije dodatni uvid koliko su rezultati primjenjivi u praksi.

Pri teorijskom dijelu će se opisati i objasniti teoremi, problemi i metode rješavanja problema linearnog programiranja koje će se kasnije primijeniti u rješavanju postavljenog problema.Nakon što se korištenjem tih metoda dobiju optimalna rješenja, autor će evaluacijskim metodama iskazati njihovu uspješnost.

1.4. Struktura rada

Prvi dio se sastoji od definiranja problema, ciljeva i metoda rada te se uvodi u samu tematiku završnog rada. Drugi dio se sastoji od teorijskog dijela gdje se predstavlja problem linearnog programiranja s njegovim teoremima i metodama rješavanja te se problem istraživanja svrstava unutar tog opusa.

Treći dio je empirijski i praktični dio. Prvo se opisuju i grupiraju subjekti istraživanja te se kreira nutriciona matrica definiranjem njenih varijabli. Zatim se primjenjuje linearno programiranje u svrhu dobivanja optimalnog rješenja za postavljeni problem ishrane. Na optimalnom rješenju se provodi analiza osjetljivosti kako bi se dobio praktični rezultat za više podskupina rekreativnih sportaša te rad završava autorovim zaključkom, sažetkom i popisom literature.

2. PROBLEM ISHRANE U KONTEKSTU LINEARNOG PROGRAMIRANJA

2.1. Linearno programiranje

2.1.1.Standardni problem linearnog programiranja

Ako se ekonomija i njeni problemi žele sagledati kroz prizmu uloge u svakodnevnom životu, to je potrebno učiniti kroz više perspektiva. Proizvođač, trgovac i menadžer se susreću s različitim vrstama problema i izazova u svakodnevnom poslovanju te svaki od njih ima drugačiji cilj poslovanja. Međutim, zajedničko im je to što žele ostvariti optimalnu efikasnost, bilo to kroz maksimalnu proizvodnju, minimalne troškove ili maksimalnu korist. Tu u priču ulazi linearno programiranje koje se bavi rješavanjem optimizacije sustava sa zadanim ograničenjima. Prvo se koristilo kao metoda za rješavanje problema proizvodnje dok se danas područje primjene proširilo i na transport, distribuciju, marketing, ulaganje i planiranje...

Problem linearnog programiranja se odnosi na problem maksimuma i minimuma, odnosno rješava uvjete u kojima se linearna funkcija cilja mora maksimizirati ili minimalizirati uz zadana ograničenja. Kako je uglavnom svaki sustav moguće izraziti pomoću jednadžbi ili nejednadžbi, linearno programiranje predstavlja veoma praktičan način rješavanja spomenutih problema. Može se dati primjer o poduzeću koje proizvodi tri proizvoda R_1, R_2 i R_3 pomoću tri stroja S_1, S_2 i S_3. U tablici će se prikazati koliko je sati po stroju potrebno za proizvodnju određenog proizvoda, neto prihod po jedinici proizvoda i dnevni kapaciteti strojeva.

Tablica 1.1: Proizvodnja poduzeća X

Strojevi	Proizvodi			Dnevni kapaciteti (h)
	R_1	R_2	R_3	
S_1	2	1	4	20
S_2	1	2	1	12
S_3	2	1	1	16
Neto prihod po jedinici proizvoda	6	4	8	

Izvor: Prikaz autora

Tehnički koeficijenti a_{ij}, odnosno vrijednosti koje pokazuju koliko je sati rada i-tog stroja potrebno za proizvodnju jedinice j-tog proizvoda nalaze se u sredini. Kako se poznaje neto prihod po jedinici proizvoda te ograničenja u vidu dnevnog kapaciteta rada i-tog stroja, jedino što je nepoznato su količine proizvoda potrebne za optimalnu proizvodnju, odnosno maksimizaciju neto prihoda.To se iskazuje funkcijom cilja koja glasi;

$z = 6x_1 + 4x_2 + 8x_3$.

Vrijednostima neto prihoda su se pridružile varijable x_j, koje označavaju količinu jedinica j-tog proizvoda u funkciji cilja, međutim one ne mogu biti velike po volji s obzirom na postavljena ograničenja. Za R_1 stoji da su potrebna dva sata rada na prvom, jedan sata rada na drugom i dva sata rada na trećem stroju dok je ograničenje (dnevni kapacitet) za recimo prvi stroj, 20 sati. Ovaj problem ima tri ograničenja iskazana u sljedećim nejednadžbama;

$2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 20$

$X_1 + 2x_2 + x_3 \leq 12$

$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 16$

Međutim , treba postaviti i uvjet nenegativnosti na varijable jer logično je za pretpostaviti da se neki proizvod može ili ne proizvoditi ($x_i = 0$) ili proizvoditi ($x_i > 0$), dakle vrijedi da je;

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$.

Kompletni problem je standardni problem linearnog programiranja, u ovom slučaju standardni problem maksimuma te se on zapisuje;

$$
\begin{aligned}
&\text{Max } (6x_1 + 4x_2 + 8x_3)\\
&\quad 2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 20\\
&\quad X_1 + 2x_2 + x_3 \leq 12\\
&\quad 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 16\\
&\quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 .
\end{aligned}
$$

Ovo se smatra problemom linearnog programiranja jer su sve varijable na prvu potenciju, nema umnožaka varijabli te su ograničenja linearna. Sva su ograničenja (osim uvjeta nenegativnosti) tipa „≤“ te vrijedi;

$$\mathbf{Max} \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i,\ i=1,2,...,m$$

$$x_j \geq 0,\ j=1,2,...,n .$$

Iz toga se zaključuje kako standardni problem maksimuma ima n varijabli i m ograničenja, koja su sva tipa „≤“. Također, problem je moguće zapisati i u matričnom obliku na sljedeći način;

$$\mathbf{Max}\ C^T X$$

$$AX \leq B$$

$$X \geq 0$$

Gdje je;

$$X=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{bmatrix},\ A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \dots. & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \dots. & a_{2n} \\ \vdots & & \\ a_{m1} & a_{m2} \dots. & a_{mn} \end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Vrijedi da je X vektor varijabli (n,1), C vektor koeficijenta uz varijable u funkciji cilja, A matrica sustava ograničenja tipa (m,n) i B vektor desne strane ograničenja (m,1), dakle;

X=$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$, C=$\begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix}$, A= $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, B= $\begin{bmatrix} 20 \\ 12 \\ 16 \end{bmatrix}$

Problem linearnog programiranja je moguć ako postoji barem jedan vektor koji zadovoljava uvjete $AX \leq B$ i $X \geq 0$ i zove se moguće rješenje danog problema linearnog programiranja. Skup takvih vektora S= $\{X \varepsilon R^n$ / $AX \leq B$, $X \geq 0$ $\}$ naziva se skup mogućih rješenja. Mogući vektor je optimalan ako maksimizira linearnu funkciju, odnosno ako vrijedi $C^T X^* = \text{Max } C^T X$, $X \varepsilon S$.

Svakom problemu maksimuma je pridružen problem minimuma, odnosno njegov dual koji se javlja u obliku;

Min $\sum_{i=1}^{m} y_i b_i$
$\sum_{i=1}^{m} y_i a_{ij} \geq c_{ij}$, j=1,2,...,n
$y_i \geq 0$, i = 1,2,...,m

Također, može se isto prikazati i u matričnom obliku;

Min $Y^T B$
$Y^T A \geq C^T$
$Y \geq 0$.

U dualu se javlja novi vektor Y (Y=$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdots \\ y_m \end{bmatrix}$) tipa (m,1) iz čega se zaključuje da dual ima n ograničenja i m varijabli te za njega vrijedi $Y \varepsilon R^m$. Također, u problemu minimuma su ograničenja tipa „≥“ te iz problema maksimuma možemo saznati kako izgleda problem minimuma. Prvi i jednostavniji način je kroz promatranje matričnog prikaza te zapisivanje u obliku problema minimuma. Drugi način je množenjem, funkcija cilja duala se može dobiti množenjem desne strane ograničenja originalnog problema s novim vektorom varijabli. Prvo ograničenje se dobije množeći koeficijente koji se nalaze uz prvu varijablu originalnog problema s y_i, te istim principom se dobije drugo i treće ograničenje. Svakoj varijabli problema maksimuma odgovara jedno ograničenje problema minimuma, odnosno svaka varijabla originalnog problema odgovara jednom ograničenju njenog duala. Tako se dobije oblik problema minimuma;

$$\text{Min } (20y_1 + 12y_2 + 16y_3)$$

$$2y_1 + y_2 + 2y_3 \geq 6$$

$$y_1 + 2y_2 + y_3 \geq 4$$

$$4y_1 + y_2 + y_3 \geq 8$$

$$y_1, y_2, y_3 \geq 0$$

U matričnom prikazu vrijedi;

$$Y= \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}, B= \begin{bmatrix} 20 \\ 12 \\ 16 \end{bmatrix}, A^T= \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}, C= \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix}$$

Iste akcije koje su se primijenile za dobivanje problema minimuma, mogle bi se primijeniti i u suprotnom smjeru, dakle ako bi se željelo prikazati dual prikazanog problema minimuma, dobio bi se originalan problem, odnosno problem maksimuma. Upravo ta kombinirana veza čini linearno programiranje praktičnim i primjenjivim na probleme svakodnevnog poslovanja.

2.1.2. Osnovni teoremi linearnog programiranja

Glavne veze između originalnog i dualnog problema se iskazuju teoremima linearnog programiranja.

1. Ako su X i Y moguća rješenja para dualnih problema, tada vrijedi da je

   $$\mathbf{C^T X \leq Y^T B} \qquad \textbf{(1).}$$

   Dakle, vrijednost funkcije cilja problema minimuma je veća ili jednaka od vrijednosti funkcije cilja dualnog problema.

2. Ako su X i Y moguća rješenja problema linearnog programiranja i njegovog duala i pri tome vrijedi;

   $$\mathbf{C^T X = Y^T B} \qquad \textbf{(2)} \quad ,$$

   a tada su to i optimalna rješenja tog para dualnog problema. To se naziva kriterij optimalnosti, te ako za bilo koji par mogućih rješenja zaključimo da su jednaka, tada se može i zaključiti kako su to upravo i optimalna rješenja.

   .

3. Ako je neki problem linearnog programiranja i njegov dual moguć, tada oba imaju optimalno rješenje i optimalne vrijednosti funkcija cilja su im jednake. No, ako jedan

od tih problema nije moguć, drugi nema optimalno rješenje. To se naziva fundamentalni teorem dualiteta. Po tom teoremu postoje četiri različita slučaja koja se mogu pojaviti kod rješavanja problema linearnog programiranja. Prvi slučaj je kada oba problema imaju optimalno rješenje te su im vrijednosti funkcije cilja jednake. Drugo je kada originalni problem nema moguće rješenje, a pritom dualni nema optimalno. Treći je kada originalni problem ima moguće rješenje, ali ne i optimalno zbog čega njegov dual nema moguće rješenje. I četvrti je da ne postoji rješenje ni u originalu ni u dualu jer su sistemi nejednadžbi u sebi kontradiktorni.

2.2. Metode rješavanja problema linearnog programiranja

Postoje različite metode rješavanja problema linearnog programiranja. Metoda koja će se izabrati ovisi o broju varijabli, složenosti problema te vlastite preferencije. Ipak, danas se sve više takvi problemi rješavaju pomoću računalnih programa koji su ubrzali i olakšali proces rješavanja. Metode rješavanja koje će se obraditi u ovom radu su;

1. Grafička metoda
2. Primjena principa oslabljene komplementarnosti
3. Simpleks metoda

One će se obraditi zbog cilja da u radu bude jasno na koji način se problemi linearnog programiranja rješavaju te na koji način funkcioniraju. Ipak, zbog jednostavnosti i efikasnijeg te lakšeg rješavanja, u kasnijem dijelu rada, praktični primjer će se riješiti pomoću računalnog programa.

2.2.1 Grafička metoda

Grafičku metodu je moguće koristiti u slučajevima kada problem sadrži dvije varijable. Kod problema linearnog programiranja postoji skup točaka koje zadovoljavaju dana ograničenja i to je neki podskup skupa R^2, odnosno skup mogućih rješenja. On je ujedno i neki konveksni skup u R^2 jer ga presijecaju poluravnine (koje su konveksni skupovi) i time je sam konveksni skup. Neke poluravnine se mogu nalaziti ispod ili iznad određenog pravca, dok su dvije određene uvjetom nenegativnosti ($x_1, x_2 \geq 0$) te se njihov presjek nalazi u prvom kvadrantu koordinatnog sustava.

Prilikom rješavanja problema linearnog programiranja pomoću grafičke metode, potrebno je obratiti pažnju na predznak uz varijablu te znak nejednakosti. Temeljem toga se određuje njihovo pozicioniranje u koordinatnom sustavu. Nakon što se odrede sve točke i kreira skup mogućih rješenja, treba ispuniti primarni zadatak linearnog programiranja, a to je od beskonačno mnogo točaka izabrati jednu ili više njih za koju zadana funkcija cilja ima maksimalnu (ili minimalnu) vrijednost.

Funkcija cilja je linearna funkcija dviju varijabli $z= f(x_1,x_2)$ i njen grafički prikaz je neka ravnina u prostoru $R^{3.}$ Dakle, potrebno je odrediti njenu maksimalnu vrijednost za one točke koje se nalaze u R^2. Treća koordinata (z) u prostoru R^3 se mjeri na vertikalnoj osi te treba odrediti točku čija je projekcija na tu ravninu maksimalno udaljena od horizontalne ravnine x_1, x_2. Ovisno o nagibu, optimalno rješenje može biti samo jedna ili više ekstremnih točaka. Odnosno, ako je skup mogućih rješenja problema linearnog programiranja konveksni poliedar, ekstrem uvijek postoji i optimalno rješenje se postiže u jednoj od ekstremnih točaka. Ako nije konveksni poliedar, rješenje može i ne postojati.

2.2.2. Primjena principa oslabljene komplementarnosti

Princip oslabljene komplementarnosti povezuje originalni i dualni problem te se pomoću njega može dobiti rješenje dualnog problema, nakon što se dobilo rješenje originalnog problema. Prvo je potrebno standardni problem pretvoriti u kanonski oblik problema linearnog programiranja. Razlika je u tome što za razliku od standardnog problema, kanonski problem sva ograničenja iskazuje u obliku jednadžbi, osim uvjeta nenegativnosti. Općenito, kanonski oblik problema linearnog programiranja je koristan i za rješavanje problema pomoću nekih ostalih metoda, ne samo pomoću principa oslabljenje komplementarnosti. Oblik kanonskog problema je;

Max(Min) $\mathbf{C^T X}$

$\mathbf{AX=B}$

$\mathbf{X \geq 0}$ **.**

Kako bi ovaj način bio funkcionalan, potrebno je utvrditi da su standardni i kanonski problem ekvivalentni, dakle da se mogu transformirati jedan u drugog te da se rješavanjem jednog, može dobiti rješenje i drugog problema. Uvjet **AX=B** se može zamijeniti s dva ekvivalentna uvjeta u obliku nejednadžbi, odnosno;

AX≤ B i -AX≤ -B .

Ako se standardni problem maksimuma želi pretvoriti u kanonski, uz transformiranje nejednadžbe u jednadžbu, potrebno je i odrediti dodatan uvjet **U≥ 0** koji se dodaje lijevoj strani jer je ona manja ili jednaka desnoj te tada vrijedi;

AX+U=B .

Vektor U tipa (m,1) je vektor oslabljenih varijabli i oslabljene varijable u_i se neće uključivati u funkciju cilja te neće utjecati na određivanje optimalnog rješenja. Kod problema minimuma, potrebno je dodati vektor V tipa (n,1), odnosno oduzeti od lijeve strane jer je ona veća ili jednaka desnoj ($Y^{T*}A \geq C$) te se tada dobije jednadžba;

$\mathbf{Y^{T*}A\text{-}V^{T}\text{=}C^{T}}$ **,**

pri čemu vrijedi da je **V ≥ 0.** Prema tome se dobije konačni odnos i izgled standardnog i kanonskog oblika problema linearnog programiranja;

Tablica 2: Oblici problema minimuma i maksimuma

Problem minimuma		Problem maksimuma	
Standardni	Kanonski	Standardni	Kanonski
Min Y^TB	Min Y^TB	Max C^TX	Max C^TX
$Y^TA \geq C^T$	$Y^TA-V^T=C^T$	AX≤ B	AX+U=B
Y≥0	Y, V≥O	X≥0	X,U ≥0

Izvor: Linearno programiranje, Z.Babić

Kako vrijedi da je;

U= B- AX i $V^T= Y^TA – C^T$,

pri čemu su X i Y moguća rješenja danog problema. Rješenje je optimalno samo ako je;

$\mathbf{Y^T\ U= V^T\ X = 0}$.

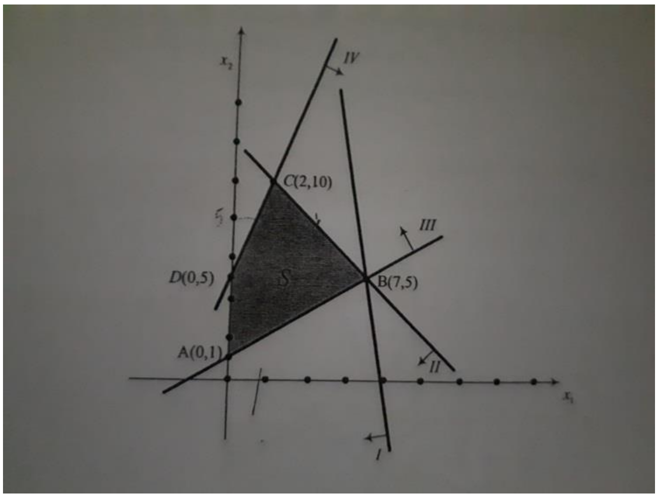
Iz toga slijedi princip oslabljene komplementarnosti, koji govori da barem jedna od korespondentnih komponenti od U i Y, odnosno V i X, je jednaka nuli. Međuostalom, to omogućava da se optimalno rješenje dualnog problema dobije bez rješavanja tog problema, pod uvjetom da znamo optimalno rješenje originalnog problema.

Upravo kombinacijom grafičke metode i metode oslabljene komplementarnosti, problemi linearnog programiranja se mogu rješavati brže i efikasnije. Primjer slijedi;

Max $(3x_1+x_2)$

$$5x_1+3x_2\leq 50$$
$$x_1+x_2\leq 12$$
$$-4x_1+7x_2\geq 7$$
$$-5x_1+2x_2\leq 10$$
$$x_1,x_2\geq 0$$

Originalan problem će se rješiti grafičkom metodom, a njegov dual metodom oslabljenje komplementarnosti. Prvi korak je crtanje pravaca za nejednadžbe i njihova ograničenja. Time se dobiva skup svih mogućih rješenja, kao presjek poluravnina ispod prvog, drugog i četvrtog pravca, te iznad trećeg pravca.



Slika 1: Skup mogućih rješenja problema maksimuma
Izvor: Linearno programiranje, Zoran Babić

Na slici je skup mogućih rješenja označen sa S, te su prikazane njegove rubne točke koje će se uvrstiti u funkciju cilja $(3x_1+x_2)$ kako bi se dobilo optimalno rješenje.

z (A) = z(0,1)= 1

z (B) = z(7,5)= 26

z (C) = z(2,10)= 16

z (D) = z(0,5)= 5

Radi se o problemu maksimuma, tako da se optimalno rješenje postiže u točki B (7,5) čija vrijednost funkcije cilja iznosi 26. Zatim se originalni problem prevodi u kanonski oblik, prvo treba pomnožiti treću nejednadžbu s (-1) kako bi jer se radi o problemu maksimuma te zatim dodajemo dopunske varijable.

$\text{Max } (3x_1+x_2)$

$5x_1+3x_2+u_1 = 50$

$x_1+ x_2 + u_2 = 12$

$4x_1- 7x_2 + u_3 = -7$

$-5x_1+2x_2 + u_4 =10$

$x_1,x_2,u_1,u_2,u_3,u_4 \geq 0$

Iz toga se dobiju vrijednosti za u_i te optimalno rješenje linearnog problema maksimuma $X^*=[7,5,0,0,0,35]$. Međutim, kako su samo tri varijable veće od nula, a početni problem je imao četiri ograničenja, moguće je da će to uvjetovati više optimalnih rješenja u dualnom problemu.Dualni problem se odmah prevodi u kanonski oblik;

$\text{Min } (50y_1+12y_2-7y_3+10y_4)$

$5y_1+y_2+4y_3-5y_4-v_1=3$

$3y_1+y_2-7y_3+2y_4-v_2=1$

$y_1,y_2,y_3,y_4,v_1,v_2 \geq 0$

Na temelju principa komplementarnosti, obzirom da su $x_1,x_2 \neq 0$, zaključujemo da su $v_1,v_2=0$. Također, kako se zna da je $u_4= 35$, vrijedi da je $y_4=0$. Preostaju se saznati vrijednosti y_1,y_2,y_3 koje mogu biti jednake ili veće od nula, obzirom da su $u_1,u_2,u_3 = 0$. Problem se reducira na dvije jednadžbe;

$5y_1+y_2+4y_3=3$

$3y_1+y_2-7y_3=1$.

Kako sustav ima dvije jednadžbe i tri nepoznanice, također ima i beskonačno mnogo rješenja. Međutim, potrebno je pronaći samo bazična i optimalna rješenja, a to će se napraviti tako da se uzima da je jedna od varijabli jednaka nuli. Dobiju se sljedeća bazična rješenja

I. $y_1=0$, $y_2=25/11$, $y_3=2/11$

II. $y_2=0$, $y_1=25/47$, $y_3=4/47$

III. $y_3=0$, $y_1=1$, $y_2=-2$. Rješenje nije moguće jer $y_2<0$. Iz toga imamo optimalna rješenja;

$Y_1^*=\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{25}{11} \\ \frac{2}{11} \\ 0 \end{bmatrix}$ i $Y_2^*=\begin{bmatrix} 25/47 \\ 0 \\ \frac{4}{47} \\ 0 \end{bmatrix}$

Uvrštavanjem dvaju optimalnih rješenja u funkciju cilja ($50y_1+12y_2-7y_3+10y_4$), dobiju se identične vrijednosti (z=26) kao i u problemu maksimuma. Time su se i provjerili teoremi linearnog programiranja jer je funkcija cilja minimuma jednaka funkciji cilja maksimuma, a oba problema su moguća i imaju optimalna rješenja.

2.2.3. Simpleks metoda

Simpleks metoda rješavanja problema linearnog programiranja je iterativna metoda, dakle metoda koja u svakom koraku poboljšava rješenje. Prvo se konstruira neko početno rješenje na kojem se primjenjuje test da se provjeri radi li se o optimalnom rješenju. Ako se ne radi o optimalnom, sljedeći određena pravila, metoda da uputu kako doći do boljeg te nakon određenog vremena se dolazi do optimalnog rješenja ili se utvrđuje da ono ne postoji.

Simpleks metoda se radi samo s kanonskim oblikom problema linearnog programiranja, kao i samo s baznim rješenjima tog kanonskog problema. To je moguće zbog teorema linearnog programiranja koji govori da ako problem linearnog programiranja s matricom A formata (m,n) za koju vrijedi $m\leq n$ i $r(A)=m$, ima moguće rješenje, tada ima i bazično moguće rješenje. Ako ima optimalno rješenje, tada ima i bazično optimalno rješenje. Dakle, kanonski problem maksimuma ima sljedeći oblik;

$\text{Max } C^TX$

$AX=A_0$

$X\geq 0$,

pri čemu je matrica A formata (m,n), a X vektor varijabli formata (n,1). Ako se vektori stupca matrice A označe s A_j, ograničenja se mogu zapisati;

$A_1x_1+A_2x_2+.....A_nx_n=A_0$,

gdje su vektori $A_j \in E^m$ i $A_0 \in E^m$.

Dakle, rješenje sustava jednadžbi je zapravo izražavanje vektora A_0 u obliku linearne kombinacije vektora A_j, a bazično rješenje je izražavanje A_0 kao linearne kombinacije vektora baze. S obzirom na to da je maksimalan broj baza $\binom{m}{n}$, maksimalan broj bazičnih rješenja je konačan. Tu se opet radi o kanonskom problemu, ali su vektori U_m izraženi kao A_n. Upravo dopunske varijable pomažu pri kreiranju početnog bazičnog rješenja jer one kao jedinični vektori iz R^2 tvore bazu i daju nenegativno početno bazično rješenje.

A_j i A_0 se mogu izraziti pomoću vektora baze;

$A_j = \sum_{i=1}^{m} t_{ij} A_i$, j=1,2,...,n
$A_0 = \sum_{i=1}^{m} t_{i0} A_i$

Ako je rješenje moguće i nedegenerirano, također vrijedi;

$x_i = t_{i0} \geq 0$, i=1,2,....,m
$x_i = t_{i0} \neq 0$, i=1,2....,m
$x_i = t_{i0} > 0$, i=1,2,...,m, dakle svi koeficijenti u razvoju su veći od nule.

Veličine z_j i z_0 se definiraju;

$Z_j = \sum_{i=1}^{m} t_{ij} c_i$, j=1,2,...,n
$z_0 = \sum_{i=1}^{m} t_{i0} c_i$

Dakle, ako se ima početno bazično rješenje $X_0 = [t_{10}\ t_{20}\ \ldots\ t_{m0}\ \ 0 \ldots\ 0]^T$, a vektor koeficijenta iz funkcije cilja je $C^T = [c_1\ c_2\ \ldots\ c_n]$ tada je $z_0 = C^T X_0$. Kako bi se riješio problem linearnog programiranja, potrebno je povećavati vrijednost funkcije cilja, odnosno dobiti rješenje za koje vrijedi da je $z > z_0$.

Drugi teorem govori da ako je za neko j $c_j > z_j$ ($z_j - c_j < 0$) tada se može konstruirati jedan skup mogućih rješenja, tako da za svaki član tog skupa vrijedi $z > z_0$, gdje je gornja ograda od z beskonačna ili konačna. Dakle, dok god postoji neki vektor A_j iz problema linearnog programiranja, za koji vrijedi da je $c_j < z_j$ moguće je dobiti neka druga rješenja koja su bolja od postojećeg, ali se može i dogoditi da optimalno rješenje ne postoji.

Dakle, ako se testom utvrdi da se rješenje može poboljšati, traže se oni vektori koji će se uvrstiti u bazu i oni koji će izaći iz nje. Pri tome vrijede sljedeći kriteriji;

Tablica 3:Kriteriji za izbor vektora

Kriteriji za izbor vektora A_s koji ulazi u bazu	
Maksimum	Minimum
z_j-c_j < 0, (c_j-z_j >0)	z_j-c_j > 0, (c_j-z_j <0)
Egzaktni	Egzaktni
$\underset{j}{\mathrm{Max}}\ \Theta * \lvert z_j - c_j \rvert$	$\underset{j}{\mathrm{Max}}\ \Theta * \lvert z_j - c_j \rvert$
Obični	Obični
$\underset{j}{\mathrm{Max}}\ \lvert z_j - c_j \rvert$	$\underset{j}{\mathrm{Max}}\ \Theta * \lvert z_j - c_j \rvert$
Kriterij za izbor vektora A_r koji izlazi iz baze	
$\Theta_0 = \frac{t_{r0}}{t_{rs}} = \min\limits_{i} \frac{t_{i0}}{t_{rs}}$, $t_{is} > 0$	

Izvor: Linearno programiranje, Z.Babić

Dakle, proces završava ako su svi (z_j-c_j) ≥ 0 za problem maksimuma, odnosno (z_j-c_j) ≤ 0 za problem minimuma. Ako je t_{ij}<0, i neki fiksni j, tada nema optimalnog rješenja. Alternativno optimalno rješenje postoji ako je (z_j-c_j)=0 za neki vektor A_j koji nije u bazi.

2.3. Problem ishrane

Problem ishrane je svojevrsni problem minimuma linearnog programiranja. Radi se o jednoj od najstarijih primjena i prvih ekonomskih primjena problema linearnog programiranja. Kod tog problema, potrebno je sastaviti program prehrane određene grupe ljudi (menza, vojna postrojba) ili neke farme s ciljem da se zadovolje minimalne potrebe za prehrambenim elementima (ugljikohidrati, bjelančevine, masti i kalorije), a da troškovi budu minimalni. Taj problem se iskazuje pomoću nutricione tablice.

Tablica 4: Oblik nutricione tablice

Hranjivi elementi	Vrte hrane (artikli)				Minimalni zahtjevi za hranjivim elementima
	H_1	H_2	....	H_n	
E_1	a_{11}	a_{12}	......	a_{1n}	c_1
E_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	c_2
...	...	....	...	...	...
E_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	c_n
Cijene artikala prehrane	b_1	b_2	...	b_n	

Izvor:Linearno programiranje, Z.Babić

Izbor hrane se provodi između n artikala koji su označeni s H_j. Tržišne cijene tih artikala su označene s b_j, dok su hranjive vrijednosti tih artikala predstavljene s a_{ij}. Vrste hranjivih sastojaka su napisane s lijeve strane tablice, odnosno E_i, dok su njihovi minimalni zahtjevi označeni s desna s $c_{i.}$ Funkciju cilja predstavljaju ukupni troškove koje treba minimizirati;

Min $\sum_{j=1}^{n} y_j b_j$.

Dakle, u jednoj jedinici j-te vrste hrane se nalazi a_{ij} jedinica i-te vrste hranjivog elementa i tada umnožak $y_j a_{ij}$ predstavlja količinu hranjivog sastojka u jedinica hrane H_j i vrijedi zahtjev da bude barem c_i jedinica hranjivog sastojka E_i. Vrijede ograničenja;

$\sum_{j=1}^{n} y_j a_{ij} \geq c_i$, i =1,2,...,m

$y_j \geq 0$, j=1,2,...,n

Pri tome vrijedi i uvjet nenegativnosti jer neke hrane možemo imati ili nemati, nikako ne može biti u negativnom iznosu. Također, u ovom problemu minimuma linearnog programiranja vrijedi i da je funkcija troškova linearna, odnosno da troškovi zavise samo o količini kupljenih namirnica te pretpostavka da su elementi nutricione matrice konstantni. Ovaj problem se može riješiti upravo simpleks metodom, no kako ona daje samo bazična rješenja, a ona daju najviše m komponenti koje su različite od nule, problem će biti realniji ako se uključi što veći broj ograničenja, kao i raznovrsniji ako se uključi što veći broj artikala. Problem je također rješiv i pomoću računalnih programa, koji brže i efikasnije nalaze optimalno rješenje tako da se početni problem može specificirati do najmanjeg detalja.

3. PROBLEM ISHRANE KOD REKREATIVNIH SPORTAŠA

3.1. Opis primjene istraživanja

3.1.1. Definicija grupe rekreativnih sportaša

Kako bi se zadovoljavajuće moglo opisati grupu rekreativnih sportaša, prvo treba utvrditi kako se definira pojam „rekreativni sportaš“ . Rekreativni sportaš je osoba koja se gotovo svakodnevno u slobodno vrijeme bavi određenom fizičkom aktivnošću (teretana, nogomet, plivanje, biciklizam...) te ne ostvaruje novčani prihod iz takvih aktivnosti. Dakle, rekreativnim sportašima se ne smatraju osobe koje jednom ili dvaput tjedno potroše slobodno vrijeme na neku fizičku aktivnost, već one koje se učestalo bave tom fizičkom aktivnošću, ali na amaterskoj razini. Jasno, više takvih pojedinaca čini grupu rekreativnih sportaša.

Zbog aktivnog stila života, njihove potrebe za kalorijama, ugljikohidratima, bjelančevinama i mastima iz hrane su znatno veće od uobičajenih, dok se financijske mogućnosti ne mijenjaju te je potrebno pronaći optimalnu kombinaciju hrane uz minimalne troškove. Međutim, između pojedinaca postoje razlike u razini aktivnosti, visini, težini, spolu i dobi koje značajno mogu utjecati na njihove prehrambene potrebe. Zbog toga se grupa mora razložiti na podskupine s pojedincima sličnih atributa. Kako bi se razlaganje na podskupine i računanje učinilo što jednostavnijim, vrijede četiri pretpostavke;

1. Razina aktivnosti je jednaka među svim pojedincima, tako da se preostaju grupirati po visini, težini, spolu i dobi
2. Pojedinac iz jedne podskupine je predstavnik cijele te podskupine
3. Prehrambene potrebe se zasnivaju na želji održavanja tjelesne mase
4. Svaki pojedinac teži raznolikoj prehrani

Moguće je sastaviti beskonačno mnogo podskupina pomoću atributa visine, težine, spola i dobi. Međutim, kod malih razlika u atributima postoje i male razlike u prehrambenim potrebama i zato je moguće odrediti intervale u visini, težini i dobi po kojima se pojedncii mogu svrstavati u podskupine i tako učiniti istraživanje efikasnijim. Primjerice, jedna podskupina se može sastojati od muškaraca dobi 18 do 30 godina, visine 180 do 185 centimetara i težine 80 do 85 kilograma, a druga od muškaraca iste dobi i visine, ali težine 90 do 95 kilograma.

Kako i dalje postoji velik broj podskupina, za kontrolnu skupinu istraživanja će se koristiti prosječna visina i težina Hrvata i Hrvatica koji su u trenutku mjerenja navršili 18 godina. Optimalna rješenja će se svakako moći prilagoditi potrebama ostalih skupina pomoću analize osjetljivosti i tako učiniti istraživanje efikasnijim.

3.1.2. Određivanje elemenata nutricione matrice

a) Određivanje prehrambenih potreba

Visina i težina prosječnog Hrvata i Hrvatice s navršenih **18 godina** iznose **180,5 centimetara** i **74,8 kilograma**, odnosno **166,3 centimetra** i **59 kilograma**. Prvi korak pri određivanju prehrambenih potreba jest računanje koliko je kalorija potrebno unijeti na dnevnoj razini, a to radimo pomoću izračuna bazalnog metabolizma. Bazalni metabolizam označava minimalnu razinu energije potrebnu za održavanje tjelesnih vitalnih funkcija u budnom stanju, odnosno koliko je tijelu u odmaranju potrebno kalorija na dnevnoj razini da zadrži tjelesnu masu. Postoje dvije formule po kojima se može izračunati, prva vrijedi za muškarce;

$$BMR = 66{,}473 + 13{,}752\ x\ tjelesna\ masa\ (kg) + 5{,}003\ x\ tjelesna\ visina\ (cm) - 6{,}755\ x\ dob\ (godine)$$

dok druga vrijedi za žene;

$$BMR = 665{,}096 + 9{,}563\ x\ tjelesna\ masa\ (kg) + 1{,}850\ x\ tjelesna\ visina\ (cm) - 4{,}676\ x\ dob\ (godine)$$

Uvrštavanjem prosječne visine i težine dobije se rezultat kako prosječnom Hrvatu s navršenih 18 godina bazalni metabolizam iznosi 1877 kalorija, a prosječnoj Hrvatici 1453 kalorije. Međutim, kako se radi o rekreativnim sportašima, u taj iznos treba uračunati i potrošnju energije tijekom dana koju je potrebno nadoknaditi kroz hranu. Kako bazalni metabolizam obično iznosi 60% od konačne vrijednosti, dobije se rezultat od **3130** kalorija za muškarce te **2420** kalorija za žene.

Sljedeći korak je određivanje potrebnih makronutrijenata (ugljikohidrati, proteini, masti) koji su u skladu s potrebnim kalorijama, a pri tome vrijedi;

1. Jedan gram ugljikohidrata uz sebe veže četiri kalorije
2. Jedan gram bjelančevina uz sebe veže četiri kalorije
3. Jedan gram masti uz sebe veže devet kalorija

Postoji mnogo načina na koji se navedeni makronutrijenti mogu raspodijeliti, a jedan od njih je 50/25/25 raspodjela. Odnosno, 50 % kalorija dolazi iz ugljikohidrata, 25 % iz masti te 25 % iz bjelančevina. Koristeći takvu raspodjelu dolazimo do konačnih prehrambenih potreba.

Tablica 5: Prehrambene potrebe 18-godišnjeg muškarca

Kalorije (kcal)	3130
Ugljikohidrati (g)	391
Bjelančevine (g)	195
Masti (g)	87

Izvor: Izračun autora

Tablica 6: Prehrambene potrebe 18-godišnje žene

Kalorije (kcal)	2420
Ugljikohidrati (g)	302
Bjelančevine (g)	151
Masti (g)	67

Izvor: Izračun autora

b) Odabir artikala prehrane

Da bi se nutriciona tablica dovršila, potrebno je odabrati artikle prehrane koji bi činili plan prehrane te zadovoljili prehrambene potrebe. Prehrana se treba zasnivati na različitim namirnicama i različitim izvorima makronutrijenata, dakle mora biti raznolika. To će se dobiti iz mesa, ribe, voća, povrća, orašastih plodova, raznih izvora složenih ugljikohidrata (tjestenina, zob, riža, krumpir), mliječnih proizvoda i mesnatih proizvoda. Cijene i količina artikala će se prikazati na temelju cijena i količina u hrvatskom trgovačkom lancu Konzum, dok će artikli biti uvršteni po autorovom odabiru koji se temelji na procjeni kvalitete i cijene.

Tablica 7: Prikaz rasporeda, količine i cijena odabranih artikala

Vrsta izvora	Artikl	Količina	Cijena
Izvori bjelančevina	Piletina	1kg	70kn
	Jaja	1kom	1,4kn
	Tuna	81g	15kn
	Posni sir	200g	8kn
Izvori ugljikohidrata	Zobene pahuljice	500g	5kn
	Krumpir	5kg	20kn
	Tjestenina	1,5kg	17kn
Voće i povrće	Banane	1kg	10kn
	Jabuke	1kg	7kn
	Zelena salata	1kg	25kn
	Rajčice	1kg	15kn
Izvori masti	Kikiriki	400g	14kn
	Bademi	125g	20kn

Izvor: Konzumklik

Količina artikala varira, a time varira njihova kalorijska i makronutrijentska vrijednost. Kako bi se lakše odredila vrijednost te makronutrijentski sadržaj, svi artikli će se svesti na njihovu vrijednost pri masi od 100 grama, odnosno jednom komadu za jaje.

Tablica 8: Prilagođene vrijednosti artikala pri masi od 100g

Artikl	Cijena (kn)	Kalorije (kcal)	Ugljikohidrati (g)	Bjelančevine(g)	Masti (g)
Piletina	7	101	0	23	1
Jaja	1,4	84	0,3	7,4	5,9
Tuna	18,5	163	1,7	20	8,4
Posni sir	4	78	4,4	11	1,8
Zobene pahuljice	1	363	60	13	5,7
Krumpir	0,2	77	17	2	0,1
Tjestenina	1,14	356	72	12	1,5
Banane	1	99	23	1,1	0,3
Jabuke	0,7	60	14	0,3	0,2
Zelena salata	2,5	20	3,3	1,3	0,2
Rajčice	1,5	21	3,9	0,9	0,2
Kikiriki	3,5	592	8,5	27,8	49,7
Bademi	16	662	7,4	26,9	58,4

Izvor: Izračun autora

Iz prethodne tablice se može vidjeti koje su najisplativije opcije po čistoj vrijednosti iz svake skupine artikala. Tako je iz izvora proteina najisplativija piletina koja sadrži čak 23 grama proteina što je znatno isplativije u usporedbi s tunom koja sadrži tri grama proteina manje uz 11,5 kuna veću cijenu. Iz izvora ugljikohidrata se vidi da iako je krumpir najjeftiniji, kalorijski i makronutrijentski sadržaj zaostaje za onim iz zobenih pahuljica i tjestenine. Najveću kalorijsku vrijednost sadrže izvori masti. Međutim, potrebno je pronaći optimalan plan prehrane koji sadrži spomenute artikle te ispunjava prehrambene potrebe. Nakon što su se prikupili svi potrebni podaci, vrijeme je za kompletiranje nutricione matrice.

c) Nutriciona matrica

Koristeći dobivene podatke iz a) i b) segmenta, treba sastaviti nutricionu matricu kako bi se problem ishrane u potpunosti definirao. U prvom stupcu se nalaze hranjivi elementi, odnosno kalorije, ugljikohidrati, bjelančevine i masti. U drugom stupcu se nalaze vrste hrane, odnosno artikli koji će biti označeni s X_1 , X_2...X_n, sukladno njihovom redoslijedu u Tablici xy sa svojim kalorijskim i makronutrijentskim vrijednostima. U trećem stupcu se nalaze minimalni zahtjevi za hranjivim elementima koje treba zadovoljiti, dok se u posljednjem retku, odnosno ispod svakog artikla, nalaze cijene artikala pri vrijednosti od 100 grama.

Za ispunjavanje ove matrice će se koristiti podaci za prosječnog 18-godišnjeg muškarca te njegovih prehrambenih potreba.

Tablica 9: Nutriciona matrica

Hranjivi elementi	Vrste hrane (artikli prehrane)													Minimalni zahtjevi
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	
Kalorije (kcal)	101	84	163	78	363	77	356	99	60	20	21	592	662	3130
Ugljikohidrati (g)	0	0,3	1,7	4,4	60	17	72	23	14	3,3	3,9	8,5	7,4	391
Bjelančevine (g)	23	7,4	20	11	13	2	12	1,1	0,3	1,3	0,9	27,8	26,9	195
Masti (g)	1	5,9	8,4	1,8	5,7	0,1	1,5	0,3	0,2	0,2	0,2	49,7	58,4	87
Cijena (kn)	7	1,4	18,5	4	1	0,2	1,14	1	0,7	2,5	1,5	3,5	16	

Izvor: Izračun autora

Međutim, pri računanju će određeni artikli biti preferirani jer imaju veću prehrambenu vrijednost u odnosu na cijenu te bi rezultati mogli ispasti veoma neravnomjerni jer se postavila jedino minimalna, odnosno donja granica potreba. Time bi konačni rezultat mogao uzrokovati neravnomjernu prehranu pri kojoj bi se prehrambene potrebe ispunjavale iz jednog ili dva artikla te pri kojoj ne bi bila ispunjena pretpostavka da rekreativni sportaš želi održavati tjelesnu masu. Kako bi se osigurala raznolika prehrana i ispunila pretpostavka o održavanju tjelesne mase, potrebno je postaviti daljnja ograničenja.

Prvo ograničenje se odnosi na kalorije, odnosno na postavljanje gornje granice prihvatljivog broja kalorija. U ovom slučaju, to će iznositi dodatnih **10%** na prvi iznos, dakle gornja granica će iznositi **3,440 kalorija.** Taj iznos se postavlja isključivo na logici da rekreativni sportaši s ciljem održavanja tjelesne mase, s vremenom ubrzaju metabolizam i promjene strukturu tijela te nešto viši unos kalorija osigurava održavanje tjelesne mase u dužem roku. Dakle, kad se kalorije već stavljaju pod kontrolu i ograničenja, u kontekstu rekreativnog sportaša je isplativije postaviti gornju granicu nego sniziti donju. Ista logika će vrijediti prilikom određivanja ograničenja za žensku osobu.

Ograničenja za ugljikohidrate, bjelančevine i masti nije potrebno postavljati jer oni uz sebe vežu određeni broj kalorija i automatski će se prilagoditi ograničenju kalorija. Recimo, nije moguće dobiti rješenje koje navodi na unos od 800g ugljikohidrata, 195g bjelančevina i 87g masti jer bi u tom slučaju ukupan broj kalorija iznosio 4,760 što je izvan dozvoljene gornje granice.

Sljedeća ograničenja se odnose na artikle koje ćemo koristiti te minimalnu i maksimalnu količinu hrane koja bi ispunjavala kriterij raznolike prehrane. Od četiri izvora bjelančevina, potrebno je odabrati barem tri koja će se naći u planu prehrane. Kako tuna ima uvjerljivo najvišu cijenu na 100g, neće biti određeni minimalni zahtjevi za njen unos već će se dozvoliti da se ne nađe u optimalnom rješenju. Od ostalih izvora proteina, autor će po svojoj procjeni, koja se bazira na tome što bi se uklapalo u kontekst raznolike prehrane te bio realan minimalan i maksimalan unos tijekom dana, odrediti ograničenja.

Da bi bio jednak omjer izvora bjelančevina i ugljikohidrata, svi izvori ugljikohidrata će imati svoja ograničenja. Od voća i povrća, obzirom na njihovu nisku nutricionu vrijednost i relativno težu mogućnost konzumiranja većih količina tijekom dana, dovoljno je odabrati dva artikla koja će se nalaziti u optimalnom rješenju. Preostalo je izabrati između izvora masti koji su veoma sličnih nutritivnih vrijednosti, a kako su bademi čak četiri puta skuplji, kikiriki se nameće kao logičan izbor. Time su već eliminirana dva artikla koja imaju najvišu cijenu na 100g te smo bliže krajnjem planu prehrane. Sva ograničenja su prikazana u sljedećoj tablici.

Tablica 10: Ograničenja količine hrane

	Donja granica	Gornja granica
Kalorije	3130kcal	3440kcal
Piletina	100g	500g
Jaja	1kom	3kom
Tuna	0g	-
Posni sir	100g	500g
Zobene pahuljice	50g	100g
Krumpir	50g	300g
Tjestenina	50g	300g
Banana	50g	150g
Jabuka	0g	-
Zelena salata	10g	100g
Rajčice	0g	-
Kikiriki	10g	100g
Bademi	0g	-

Izvor: Izračun autora

3.2. Rezultati i njihova interpretacija

Nakon što se spoji nutriciona tablica s tablicom ograničenja, dobije se sljedeći model;

$$\text{Min}(7x_1+1.4x_2+18.5x_3 +4x_4 + x_5 + 0.2x_6 + 1.14x_7+ x_8 + 0.7x_9 + 2.5x_{10}+1.5x_{11}+3.5x_{12} +16x_{13})$$

$$101x_1+84x_2+163x_3+78x_4+363x_5+77x_6+356x_7+99x_8+60x_9+20x_{10}+21x_{11}+592x_{12}+662x_{13} \geq 3130$$

$$101x_1+84x_2+163x_3+78x_4+363x_5+77x_6+356x_7+99x_8+60x_9+20x_{10}+21x_{11}+592x_{12}+662x_{13} \leq 3440$$

$$0.3x_2+1.7x_3+4.4x_4+60x_5+17x_6+72x_7+23x_8+14x_9+3.3x_{10}+3.9x_{11}+8.5x_{12}+7.4x_{13} \geq 391$$

$$23x_1+7.4x_2+20x_3+11x_4+13x_5+2x_6+12x_7+1.1x_8+0.3x_9+1.3x_{10}+0.9x_{11}+27.8x_{12}+26.9x_{13} \geq 195$$

$$x_1+5.9x_2+8.4x_3+1.8x_4+5.7x_5+0.1x_6+1.5x_7+0.3x_8+0.2x_9+0.2x_{10}+0.2x_{11}+49.7x_{12}+58.4x_{13} \geq 87$$

$5 \geq x_1 \geq 1$, $3 \geq x_2 \geq 1$, $x_3 \geq 0$, $5 \geq x_4 \geq 1$, $1 \geq x_5 \geq 0.5$, $3 \geq x_6 \geq 0.5$, $3 \geq x_7 \geq 0.5$, $1.5 \geq x_8 \geq 0.5$, $x_9 \geq 0$, $1 \geq x_{10} \geq 0.1$, $x_{11} \geq 0$
$1 \geq x_{12} \geq 0.1$, $x_{13} \geq 0$

Taj model se prikazuje u prikazu računalnog programa;

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	Direction	R. H. S.
Minimize	7	1.4	18.5	4	1	0.2	1.14	1	0.7	2.5	1.5	3.5	16		
Kalorije	101	84	163	78	363	77	356	99	60	20	21	592	662	>=	3130
C5	101	84	163	78	363	77	356	99	60	20	21	592	662	<=	3440
Ugljikohidrati		0.3	1.7	4.4	60	17	72	23	14	3.3	3.9	8.5	7.4	>=	391
Bjelančevine	23	7.4	20	11	13	2	12	1.1	0.3	1.3	0.9	27.8	26.9	>=	195
Masti	1	5.9	8.4	1.8	5.7	0.1	1.5	0.3	0.2	0.2	0.2	49.7	58.4	>=	87
LowerBound	1	1	0	1	0.5	0.5	0.5	0.5	0	0.1	0	0.1	0		
UpperBound	5	3	M	5	1	3	3	1.5	M	1	M	1	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Slika 2: Nutriciona tablica za prosječnog 18-godišnjaka

Izvor: Prikaz pomoću računalnog programa

Redak „Minimize“ označava funkciju cilja, odnosno cijene artikala po količini od 100 grama, odnosno jednom komadu za jaje. Sljedeća dva retka imaju identične vrijednosti jer se odnose na donju i gornju granicu koju je potrebno zadovoljiti za kalorije. Nakon njih dolaze na red ugljikohidrati, bjelančevine i masti. Redci „lower bound“ i „upper bound“ predstavljaju ograničenja određenih artikala u prehrani. U ovom scenariju se zaključilo kako su tuna i bademi najskuplji te kao takve ih nije nužno uvrštavati u plan prehrane, te su odabrane dvije vrste voća i povrća koje bi bile obvezne u prehrani da zadovolji kriterij raznolikosti.

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	3,2766	7,0000	22,9360	0	basic	0,2681	7,6584
2	X2	3,0000	1,4000	4,2000	0	basic	-M	2,9961
3	X3	0	18,5000	0	11,3547	at bound	7,1453	M
4	X4	1,0000	4,0000	4,0000	0,2953	at bound	3,7047	M
5	X5	1,0000	1,0000	1,0000	0	basic	-M	7,1334
6	X6	3,0000	0,2000	0,6000	0	basic	-M	1,3198
7	X7	3,0000	1,1400	3,4200	0	basic	-M	6,7848
8	X8	1,5000	1,0000	1,5000	0	basic	-M	1,3276
9	X9	1,0676	0,7000	0,7473	0	basic	0,5007	1,6758
10	X10	0,1000	2,5000	0,2500	1,9478	at bound	0,5522	M
11	X11	0	1,5000	0	1,0423	at bound	0,4577	M
12	X12	1,0000	3,5000	3,5000	0	basic	-M	15,1739
13	X13	0,0572	16,0000	0,9150	0	basic	8,5087	29,3564
	Objective	Function	(Min.) =	43,0684				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	Kalorije	3.167,3520	>=	3.130,0000	37,3519	0	-M	3.167,3520
2	C5	3.167,3520	<=	3.440,0000	272,6481	0	3.167,3520	M
3	Ugljikohidrati	391,0000	>=	391,0000	0	0,0417	381,8266	457,9611
4	Bjelančevine	195,0000	>=	195,0000	0	0,2986	185,6644	233,8481
5	Masti	87,0000	>=	87,0000	0	0,1311	83,7327	117,3727

Slika 3: Plan prehrane za prosječnog 18-godišnjaka

Izvor: Izračun pomoću računalnog programa

Na slici su prikazani rezultati plana prehrane s minimalnim troškovima i zadanim ograničenjima. U ovom scenariju bi prosječni 18-godišnji muškarac koji se bavi rekreativnim sportom te ispunjava prethodno postavljene kriterije, trebao trošiti 43 kune dnevno da bi zadovoljio svoje prehrambene potrebe. Ta prehrana iz izvora bjelančevina uključuje 328 grama piletine, 3 jaja i 100 grama posnog sira. Tuna nije uključena. Od izvora ugljikohidrata unosi se 100 grama zobenih pahuljica, 300 grama krumpira i 300 grama tjestenine. Od voća i povrća nisu uključene rajčice dok se unosi 150 grama banane, 107 grama jabuke i 10 grama zelene salate. Od izvora masti unosi se 100 grama kikirikija i 6 grama badema. U ovom slučaju su izvori ugljikohidrata u potpunosti iscrpljeni i time se može zaključiti kako su oni najbolji izvor energije. S druge strane, dok se krumpiri i tjestenina mogu pripremati na različite načine s različitim umacima i tako izbjeći zasićenost određenom hranom, to nije slučaj kod izvora bjelančevina pa možemo razgraditi scenarij u kojem postavimo ograničenje za tunu i tako proširimo plan prehrane.

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	Direction	R. H. S.
Minimize	7	1.4	18.5	4	1	0.2	1.14	1	0.7	2.5	1.5	3.5	16		
Kalorije	101	84	163	78	363	77	356	99	60	20	21	592	662	>=	3130
C5	101	84	163	78	363	77	356	99	60	20	21	592	662	<=	3440
Ugljikohidrati		0.3	1.7	4.4	60	17	72	23	14	3.3	3.9	8.5	7.4	>=	391
Bjelančevine	23	7.4	20	11	13	2	12	1.1	0.3	1.3	0.9	27.8	26.9	>=	195
Masti	1	5.9	8.4	1.8	5.7	0.1	1.5	0.3	0.2	0.2	0.2	49.7	58.4	>=	87
LowerBound	1	1	1	1	0.5	0.5	0.5	0.5	0	0.1	0	0.1	0		
UpperBound	5	3	M	5	1	3	3	1.5	M	1	M	1	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Slika 4: Alternativna ograničenja prehrane

Izvor: Prikaz pomoću računalnog programa

Ograničenja se razlikuju isključivo u tome što je postavljena donja granica od 100 grama za tunu. Time je za očekivati da će prehrana biti raznolikija, ali i vrlo vjerojatno i skuplja nego u prvom scenariju.

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	2,4751	7,0000	17,3256	0	basic	4,3085	7,9720
2	X2	3,0000	1,4000	4,2000	0	basic	-M	2,2652
3	X3	1,0000	18,5000	18,5000	12,3391	at bound	6,1609	M
4	X4	1,0000	4,0000	4,0000	0,4609	at bound	3,5391	M
5	X5	1,0000	1,0000	1,0000	0	basic	-M	6,5652
6	X6	3,0000	0,2000	0,6000	0	basic	-M	1,3478
7	X7	3,0000	1,1400	3,4200	0	basic	-M	6,7826
8	X8	1,5000	1,0000	1,5000	0	basic	-M	1,3348
9	X9	0,9764	0,7000	0,6835	0	basic	0,4962	2,1664
10	X10	0,1000	2,5000	0,2500	1,9609	at bound	0,5391	M
11	X11	0	1,5000	0	1,0565	at bound	0,4435	M
12	X12	1,0000	3,5000	3,5000	0	basic	-M	8,8304
13	X13	0	16,0000	0	7,4913	at bound	8,5087	M
	Objective	Function	(Min.) =	54,9791				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	Kalorije	3.206,0700	>=	3.130,0000	76,0698	0	-M	3.206,0700
2	C5	3.206,0700	<=	3.440,0000	233,9302	0	3.206,0700	M
3	Ugljikohidrati	391,0000	>=	391,0000	0	0,0435	377,3300	446,8091
4	Bjelančevine	195,0000	>=	195,0000	0	0,3043	177,6772	248,2712
5	Masti	91,2404	>=	87,0000	4,2404	0	-M	91,2404

Slika 5: Alternativno rješenje za prosječnog 18-godišnjaka

Izvor: Izračun pomoću računalnog programa

U ovom scenariju se količina piletine smanjila na 248 grama, dok je količina tune zadovoljena za njezinu donju granicu od 100 grama. Bademi su u potpunosti izbačeni iz prehrane, količina jabuka se smanjila za 10 grama dok su ostale količine hrane ostale iste. Ipak, količina ukupnih kalorija se povećala na 3206 kalorija te se količina masti povećala na 91 gram. U ovom scenariju je minimalni trošak narastao na 55 kuna dnevno što je za čak 12 kuna više nego u prvom scenariju. Na mjesečnoj razini, trošak prvog scenarija bi bio 1,290 kuna dok bi trošak drugog scenarija bio 1,650 kuna što je razlika od 360 kuna.

U slučaju za prosječnu 18-godišnju ženu, čije su prehrambene potrebe manje, za očekivati je da će i ukupni trošak biti manji, kao i količine potrebne hrane. Od ograničenja samo prilagođavamo iznos kalorija, ugljikohidrata, bjelančevina i masti sukladno vrijednostima u tablici xy. Artikli, njihova cijena i ograničenja ostaju istih vrijednosti.

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	Direction	R. H. S.
Minimize	7	1.4	18.5	4	1	0.2	1.14	1	0.7	2.5	1.5	3.5	16		
Kalorije	101	84	163	78	363	77	356	99	60	20	21	592	662	>=	2420
C5	101	84	163	78	363	77	356	99	60	20	21	592	662	<=	2660
Ugljikohidrati		0.3	1.7	4.4	60	17	72	23	14	3.3	3.9	8.5	7.4	>=	302
Bjelančevine	23	7.4	20	11	13	2	12	1.1	0.3	1.3	0.9	27.8	26.9	>=	151
Masti	1	5.9	8.4	1.8	5.7	0.1	1.5	0.3	0.2	0.2	0.2	49.7	58.4	>=	67
LowerBound	1	1	0	1	0.5	0.5	0.5	0.5	0	0.1	0	0.1	0		
UpperBound	5	3	M	5	1	3	3	1.5	M	1	M	1	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Slika 6: Nutriciona tablica za prosječnu 18-godišnju ženu

Izvor: Prikaz pomoću računalnog programa

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	1,6531	7,0000	11,5714	0	basic	4,8773	8,8848
2	X2	3,0000	1,4000	4,2000	0	basic	-M	1,9436
3	X3	0	18,5000	0	12,8634	at bound	5,6366	M
4	X4	1,0000	4,0000	4,0000	0,8301	at bound	3,1699	M
5	X5	1,0000	1,0000	1,0000	0	basic	-M	2,1238
6	X6	1,1499	0,2000	0,2300	0	basic	0,0437	0,6087
7	X7	3,0000	1,1400	3,4200	0	basic	-M	1,8351
8	X8	0,5000	1,0000	0,5000	1,2294	at bound	-0,2294	M
9	X9	0	0,7000	0	0,9603	at bound	-0,2603	M
10	X10	0,1000	2,5000	0,2500	2,1900	at bound	0,3100	M
11	X11	0	1,5000	0	1,3282	at bound	0,1718	M
12	X12	1,0000	3,5000	3,5000	0	basic	-M	5,6455
13	X13	0	16,0000	0	11,0714	at bound	4,9286	M
	Objective	Function	(Min.) =	28,6713				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	Kalorije	2.660,0000	>=	2.420,0000	240,0000	0	-M	2.660,0000
2	C5	2.660,0000	<=	2.660,0000	0	-0,0060	2.615,6660	2.786,2100
3	Ugljikohidrati	321,1782	>=	302,0000	19,1782	0	-M	321,1782
4	Bjelančevine	151,0000	>=	151,0000	0	0,3307	137,6930	161,0959
5	Masti	81,3380	>=	67,0000	14,3380	0	-M	81,3380

Slika 7: Plan prehrane za prosječnu 18-godišnju ženu

Izvor: Izračun pomoću računalnog programa

Dakle, u ovom slučaju čak četiri vrste hrane ostaju neiskorištene. Plan prehrane čini 165 grama piletine, tri jaja, 100 grama posnog sira, 100 grama zobenih pahuljica, 115 grama krumpira, 300 grama tjestenine, 50 grama banane, 10 grama zelene salate i 100 grama kikirikija. Raznolikost prehrane je znatno manja, ali i minimalni trošak iznosi samo 29 kuna dnevno. Ako se želi povećati raznolikost prehrane, napravit će se ista stvar kao s primjerom kod muškaraca, odnosno postavit će se minimalni zahtjev od 100 grama za tunu. Tada se dobiju sljedeći rezultati.

	12:47:34		Thursday	May	16	2019		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	1,0000	7,0000	7,0000	1,8254	at bound	5,1746	M
2	X2	2,5413	1,4000	3,5578	0	basic	1,2032	1,8256
3	X3	1,0000	18,5000	18,5000	14,3869	at bound	4,1131	M
4	X4	1,0000	4,0000	4,0000	1,6779	at bound	2,3221	M
5	X5	1,0000	1,0000	1,0000	0	basic	-M	1,3516
6	X6	0,5000	0,2000	0,1000	0,1009	at bound	0,0991	M
7	X7	2,9762	1,1400	3,3929	0	basic	0,8714	1,5482
8	X8	0,5000	1,0000	0,5000	1,2368	at bound	-0,2368	M
9	X9	0	0,7000	0	0,9343	at bound	-0,2343	M
10	X10	0,1000	2,5000	0,2500	2,2810	at bound	0,2190	M
11	X11	0	1,5000	0	1,3852	at bound	0,1148	M
12	X12	1,0000	3,5000	3,5000	0	basic	-M	3,8379
13	X13	0	16,0000	0	12,7449	at bound	3,2551	M
	Objective	Function	(Min.) =	41,8007				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	Kalorije	2.660,0000	>=	2.420,0000	240,0000	0	-M	2.660,0000
2	C5	2.660,0000	<=	2.660,0000	0	-0,0051	2.635,4750	2.665,2270
3	Ugljikohidrati	309,9800	>=	302,0000	7,9801	0	-M	309,9800
4	Bjelančevine	151,0000	>=	151,0000	0	0,2476	150,5395	153,0957
5	Masti	86,2778	>=	67,0000	19,2778	0	-M	86,2778

Slika 8: Alternativan plan prehrane

Izvor: Izračun pomoću računalnog programa

U ovom scenariju, opet će unos iznositi 2660 kalorija, dok će nešto manje kalorija dolaziti iz ugljikohidrata (310 grama u odnosu na 321 gram), a nešto više iz masti (86 grama u odnosu na 81 gram). Unos tjestenine, krumpira i piletine se smanjio sukladno povećanju unosa tune, koji iznosi minimalnih 100 grama. Međutim, nakon što smo opet povećali raznolikost prehrane, trošak je narastao za čak 13 kuna što na mjesečnoj bazi iznosi 390 kuna razlike (870 kuna u odnosu na 1260 kuna).

Logično je za pretpostaviti kako najveći utjecaj na prehrambene potrebe, a time i trošak sukladan tim potrebama imaju visina, težina i spol. Osoba koja je teža i viša, imat će veće prehrambene potrebe i morat će više trošiti na hranu. Time nam preostaje još usporediti odnos raznolikosti prehrane i troška. Iz prethodnih scenarija smo zaključili da povećanjem raznolikosti prehrane (ubacivanjem tune) raste i trošak. Ako odlučimo maknuti ograničenja za svaku vrstu hrane, dobit će se jednodimenzionalni rezultati, ali veoma niskog troška. Sukladno time, ako se odluči što više povećati raznolikost prehrane, odnosno postaviti minimalna ograničenja za svaku vrstu hrane, trošak će biti puno veći. Dolazi se do zaključka kako su raznolikost i minimalni trošak proporcionalni, što je raznolikost veća i trošak će biti kao i obratno. Upravo zbog toga postoji beskonačno mnogo mogućih optimalnih rješenja, čiji atributi usko koreliraju s preferencijama osobe, odnosno rekreativnog sportaša. Netko će više preferirati što niži trošak, a netko što raznolikiju prehranu. Čimbenici koji utječu na tu odluku su novčana primanja, slobodno vrijeme, doživljaj hrane, vrsta rekreativnog sporta i mnogi ostali koji variraju od osobe do osobe. Zbog toga, linearno programiranje kao rješenje problema ishrane je najbolje primjenjivo u objektivnim situacijama gdje su subjektivni doživljaji pojedinca minimalizirani. To su situacije poput bolnica, farmi, kao i u skupinama ljudi gdje će se ekstremiteti međusobno poništiti. Međutim, kao što se vidi u primjeru, ako se preferencije pojedinaca poznaju, može se efikasno koristiti i u takvim slučajevima

4. ZAKLJUČAK .

Problem ishrane je problem s kojim se ljudi susreću svakodnevno. Svatko ima svoje preferencije, želje i mogućnosti po kojima gradi svoju prehranu. Visina, težina, spol, dob i razina aktivnosti su faktori koji utječu na količinu potrebnih hranjivih vrijednosti. Ti faktori će varirati od osobe do osobe te će razlike biti velike. Još kad se doda količina dostupnih namirnica na tržištu, u obzir treba uzeti zaista puno varijabli. U tom slučaju se linearno programiranje može koristiti kao metoda kojom se može naći optimalno rješenje. Ako se zna dovoljno podataka o nekoj osobi, i ako se rukuje s velikim brojem artikala prehrane, optimalno rješenje će zaista biti optimalno jer će plan prehrane u potpunosti biti prilagođen specifičnostima svake osobe. Također, ovisi i koliko je osoba spremna trošiti na namirnice i koliku želju za raznolikošću prehrane ima. Vrlo je moguće izraditi plan prehrane koji se temelji na svega par namirnica, no u tom slučaju vrlo brzo dolazi do zasićenja hranom i sama efikasnost tog plana prehrane je manja. Zbog toga je efikasnije sastaviti plan prehrane s više vrsta hrane, koji će iznositi nešto više, ali će i dati reprezentativniji rezultat što je u sklopu s pretpostavkom problema ishrane. Ipak, linearno programiranje se najviše koristi kod problema ishrane kod većih postrojbi poput bolnica, vojnih centara i farmi jer se tada isključuje efekt pojedinca, ekstremi se poništavaju i manje je faktora na koje treba obratiti pažnju, a kako se i radi s većom količinom, sigurnije je. No, na primjeru se dokazalo kako je linearno programiranje kao rješenje problema ishrane korisno i na pojedincima ako se poznaju specifičnosti pojedinca, a i primjenjivo u stvarnosti. Najveći dobiveni troškovi iznose 20% prosječne plaće u Hrvatskoj za žene, odnosno 26% za muškarce, što spada unutar uobičajenih 25% izdataka za hranu te se time može zaključiti kako je istraživanje ponudilo relevantne, zadovoljavajuće i primjenjive rezultate.

SAŽETAK

Cilj istraživanja je utvrditi način na koji linearno programiranje može biti rješenje problema ishrane u svakodnevnom životu na primjeru rekreativnog sportaša te koliko su kvalitetna rješenja koja može ponuditi. U tu svrhu se utvrđuje što je linearno programiranje, od kojih se problema sastoji, koji teoremi vrijede i kako se rješava. Zatim se problem ishrane svrstava unutar tog opusa i predstavlja se praktični problem.

Problem linearnog programiranja može biti problem maksimuma ili problem minimuma, odnosno cilj je ili maksimizirati ili minimizirati funkciju cilja. Problem maksimuma se sastoji od m varijabli i n ograničenja, odnosno problem minimuma se sastoji od n varijabli i m ograničenja. Takvi problemi se pojavljuju svakodnevno u poslovanju, bilo proizvodnje, trgovine, marketinga ili menadžmenta. Svaki originalni problem ima svoj dual, te vrijede određeni teoremi. Optimalno rješenje originalnog problema i duala će imati istu vrijednost, te ako postoji optimalno rješenje originalnog problema, ono postoji i za njegov dual. Prvi način rješavanja takvih problema je grafička metoda, koja ipak vrijedi samo za sustave s dvije nepoznanice. Drugi način rješavanja je pomoću principa oslabljene komplementarnosti, u kojem slučaju se standardni problem mora prevesti u kanonski oblik pomoću dopunskih varijabli. Treći oblik je simpleks metoda, iterativni proces koji poboljšava rješenje u svakom koraku. Prvo se postavlja početno rješenje, pa se testovima utvrđuje radi li se o optimalnom rješenju te ako se ne radi, metoda daje upute, odnosno postoje kriteriji koji se prate, kako doći do njega.

Utvrđuju se **specifičnosti** svakog pojedinca iz skupina rekreativnih sportaša, poput dobi, spola, visine i težine, pod određenim pretpostavkama. Na temelju toga se izrađuje reprezentativna nutriciona matrica s vrstama hrane, minimalnim zahtjevima i cijenama. Određeni artikli će biti skuplji i manje vrijedni, pa su uvršteni samo ako se želi postići što veća raznolikost prehrane. Uočava se razlika u troškovima s obzirom na vrstu spola i

raznolikosti prehrane te se utvrđuje da će troškovi prehrane rasti što je osoba teža, viša i što želi raznolikiju prehranu. Zaključuje se da je linearno programiranje sposobno ponuditi primjenjivo rješenje u takvom slučaju, ali je ipak najbolje primjenjivo u objektivnim slučajevima kad treba izraditi plan prehrane za veću postrojbu gdje je subjektivni faktor minimiziran.

SUMMARY

The **goal** of the research is to show how linear programming can be solution to the diet issue in everyday life, for example in the recreational athlete, and how quality those solutions really are. In that purpose, it is defined what i linear programming, which issues it is compiled of, which theorems apply and how it´s solved. After that, diet issue is put inside of that context and practical problem is presented.

The **problem** of the linear programming can be a problem of maximum or minimum, as the goal is to maximize or minimize the goal function. Maximum problem is made of m variables and n limitations while minimum problem is made of n variables and m limitations. Problems like that are common everday business production, on the market, in marketing or management. Every original problem has its own dual, while some theorems apply. The optimal solution to the original problem and dual problem will have the same value and if there is an optimal solution to the original problem, there will also be one for dual problem. The first way to solve that kind of problem is graphic method which is only worth for systems with only two unknown variables. The second way is through a principle of impaired complementarity, in which case standard problem must be translated to canonical form with the help of additional variables. The third way is the simplex method, iterative process which improves solution in every step of the way. Firstly, it sets the starting solution, after that there are several tests which will determine if the solution is optimal one or not, and if it isn´t, the method will give instruction, based on certain criteria, how to improve it.

Specifics of every individual from the group of recreational athletes are determined based on age, sex, height and weight under specific circumstances. Based on this information, the representative nutritional matrix with type of food, minimum nutritional requirements and prices of food is created. Some food will be more expensive and with less nutritional value so they are included only if greater diversity is desired. The difference in costs based on type of sex and diversity of food intake is noticable, so it´s concluded that the costs of food will grow if the person is taller, heavier and wants more diverse food intake. In conlusion, linear

programming can be used to find a quality solution for diet issue, but it´s best served in objective situations when diet plan needs to created for the larger unit where subjective factors are minimized.

LITERATURA:

1. Babić, Z. (2010.): Linearno programiranje, Sveučilište u Splitu
2. Burić N., Ivankić D. (2016.) : Leksikon hranjivih tvari, LEO-COMMERCE d.o.o.
3. Jureša V., Musil V., Kujundžić Tiljak M. (2012): Growth charts for Croatian school children and secular trends in past twenty years, University of Zagreb (https://hrcak.srce.hr/75588)
4. Petkovicek D.(2018.) :Linearno programiranje (https://www.coursehero.com/file/13523586/Daniela-Petkovicek-Linearno-programiranje/)
5. Zekić J (2019.): Mjerenje bazalnog metabolizma u sportu, Fitness učilište (https://fitnes-uciliste.hr/mjerenje-bazalnog-metabolizma-u-sportu/)